

Bit-Operationen

Informatik Grundlagen
Kantonsschule am Burggraben

Ivo Blöchlinger

Web-Entwicklung

- Accounts
- Verbindung mit dem Server

Verknüpfungen von 2 Bits

- Eingabe: 2 Bits
- Ausgabe: 1 Bit
- Wie viele Eingaben sind möglich?
- Wie viele solche Verknüpfungen gibt es insgesamt?

Verknüpfungen von 2 Bits

- Eingabe: 2 Bits
- Ausgabe: 1 Bit
- Wie viele Eingaben sind Möglich?
2 Bits → 4 Zustände, also 4 mögliche Eingaben
- Wie viele solche Verknüpfungen gibt es insgesamt?
2 Mögliche Ausgaben pro Eingabe frei wählbar,
also $2^4 = 16$ mögliche Verknüpfungen

AND, OR, NOT

A	B	A and B
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

A	B	A or B
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

A	Not A
0	1
1	0

NAND: universelle Verknüpfung

- Technisch einfach zu realisieren
nur 4 Transistoren
- Alle Verknüpfungen können damit
aufgebaut werden.
- $\text{not } A = A \text{ nand } A$
- $A \text{ and } B =$
- $A \text{ or } B =$

A	B	A nand B
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

NAND: universelle Verknüpfung

- Technisch einfach zu realisieren
nur 4 Transistoren
- Alle Verknüpfungen können damit
aufgebaut werden.
- $\text{not } A = A \text{ nand } A$
- $A \text{ and } B = \text{not } (A \text{ nand } B) = (A \text{ nand } B) \text{ nand } (A \text{ nand } B)$
- $A \text{ or } B = \text{not } ((\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)) = (\text{not } A) \text{ nand } (\text{not } B) = (A \text{ nand } A) \text{ nand } (B \text{ nand } B)$

A	B	A nand B
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Halbaddierer (Summe 2er Bits)

- INPUT: 2 Bits A,B
- OUTPUT 2 Bits S und C (Sum and Carry)
- $C = A \text{ and } B$
- $S =$

A	B	Sum S	Carry C
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

Halbaddierer (Summe 2er Bits)

- INPUT: 2 Bits A,B
- OUTPUT 2 Bits S und C
- $C = A \text{ and } B$
- $S = (A \text{ or } B) \text{ and } (\text{not } (A \text{ and } B)) = A \text{ xor } B$

A	B	Sum S	Carry C
0	0	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

XOR (exklusiv oder)

- A oder B, aber nicht beides
- Interessante Operation für Verschlüsselung, weil sie sich selbst rückgängig macht:
 - $(A \text{ xor } B) \text{ xor } B = A$
 - $(A \text{ xor } B) \text{ xor } A = B$

A	B	A xor B
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Volladdierer, Summe dreier Bits

- Input 3 Bits A, B, C_{in}
- Output Summe S, Carry C_{out}
- 2 Halbaddierer plus ein 'or' oder
- $S = A \text{ xor } B \text{ xor } C_{in}$
- $C_{out} = (A \text{ and } B) \text{ or } (A \text{ and } C) \text{ or } (B \text{ and } C)$
= $((A \text{ xor } B) \text{ and } C) \text{ or } (A \text{ and } B)$

A	B	C_{in}	Sum S	Carry C_{out}
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Technische Herausforderungen

- Timing
 - Warten, bis das Resultat stabil ist
 - Trotz Terahertz Schaltfrequenz (billionstel Sekunde)
 - Clock (Taktsignal), typischerweise 2GHz
- Adder: Carry Ripple
 - Jeder Volladdierer wartet auf den Übertrag des Vorgängers
 - Gibt raffinierte Lösungen dafür.

Logisim

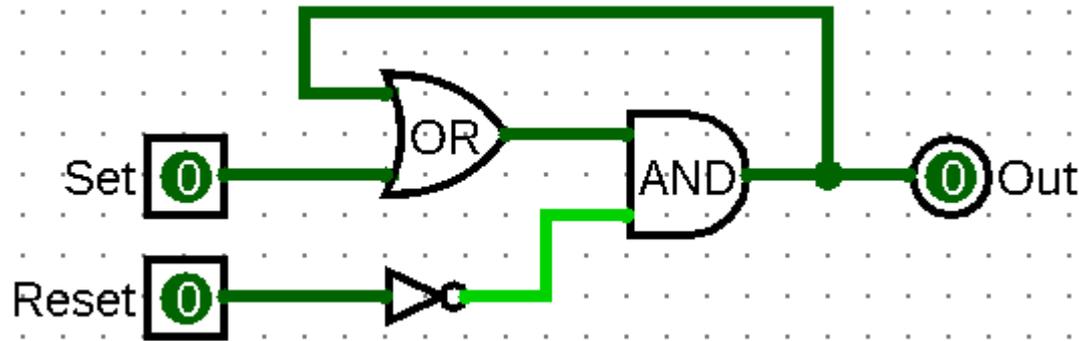
- Software für logische Schaltungen
 - Bau
 - Simulation
- Grundkonzepte verstehen:
 - Adder
 - Speicher
 - Plexer
 - Clock

Vorgehen

- Download von Logisim
- Bedienung und Grundkonzepte von Logisim verstehen.
- Bau eines Halbaddierers
- Bau eines Volladdierers
- Bau eines 4-Bit Addierers

Speicher: SR-Flip-Flop

- Speichern von einzelnen Bits
- Mit Feedback-Loop:



SR-Flip-Flop (Set/Reset)

- Zwei Leitungen, um ein Bit zu setzen.
- Einfacher:
 - Eine Leitung **Data** (was)
 - Eine Leitung **Latch** (wann)
- Wenn Latch 1 ist, wird der Wert von Data gespeichert.

Aufgabe: D-Flip-Flop

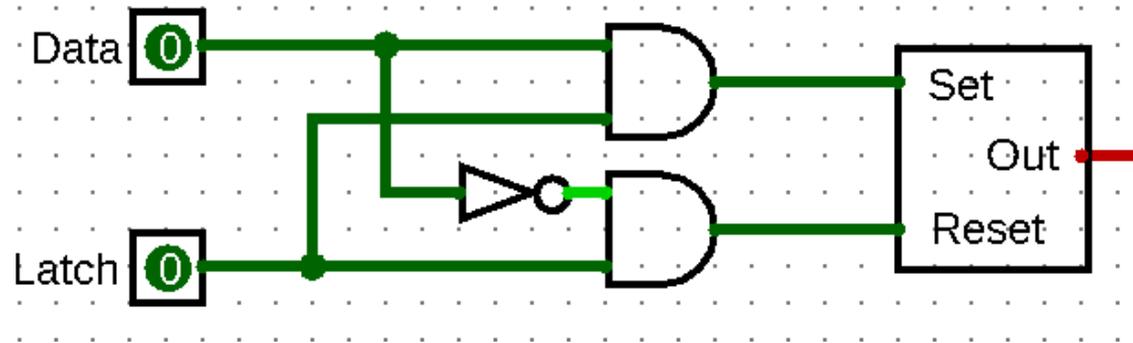
- 2 Eingänge
 - Data D
 - Latch L
- 2 Ausgänge: Set S, Reset R
 - So dass damit ein SR-Flip-Flop gesteuert werden kann.
- Erstellen Sie eine Wahrheitstabelle
- Bauen Sie diese Schaltung in Logisim.

D	L	S	R
0	0		
1	0		
0	1		
1	1		

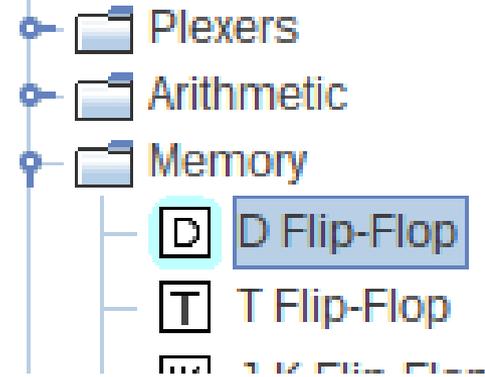
Aufgabe: D-Flip-Flop

- 2 Eingänge
 - Data
 - Latch
- 2 Ausgänge: Set, Reset
 - So dass damit ein SR-Flip-Flop gesteuert werden kann.

D	L	S	R
0	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	0



D-Flip-Flop von Logisim



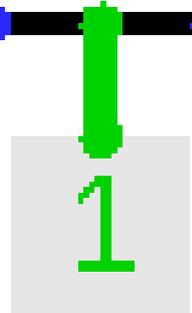
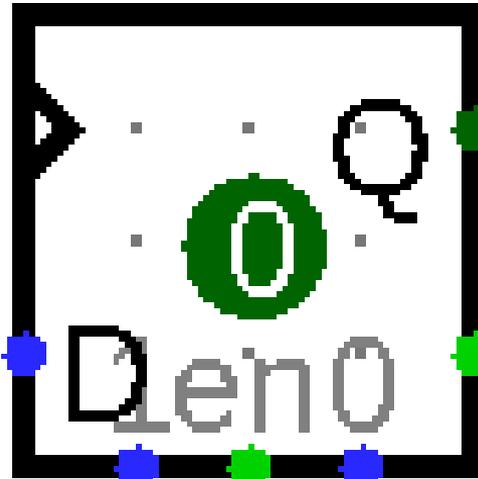
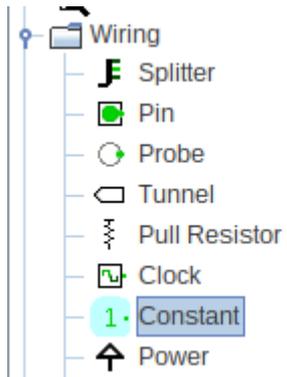
Latch / Clock

Output

Data

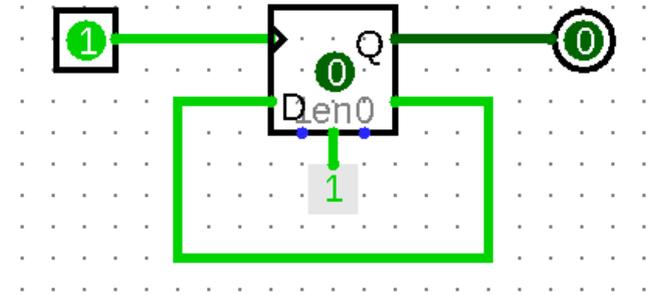
Invertierter Output

Enable (muss 1 sein)



Zähler (Counter)

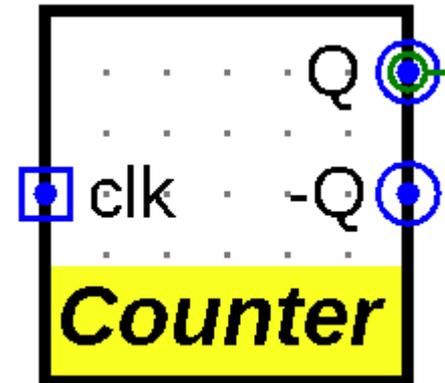
- Immer wenn der Input von 0 auf 1 wechselt
 - Soll der Zähler seinen Zustand ändern.
- Hängt vom Zustand ab.
 - Feedback
 - Problem: Oszillation vermeiden
- Lösung:
 - 2 D-Flip-Flops, die einander den Zustand weiter geben, aber einer wenn der Input von 0 auf 1 wechselt, der andere von 1 auf 0.



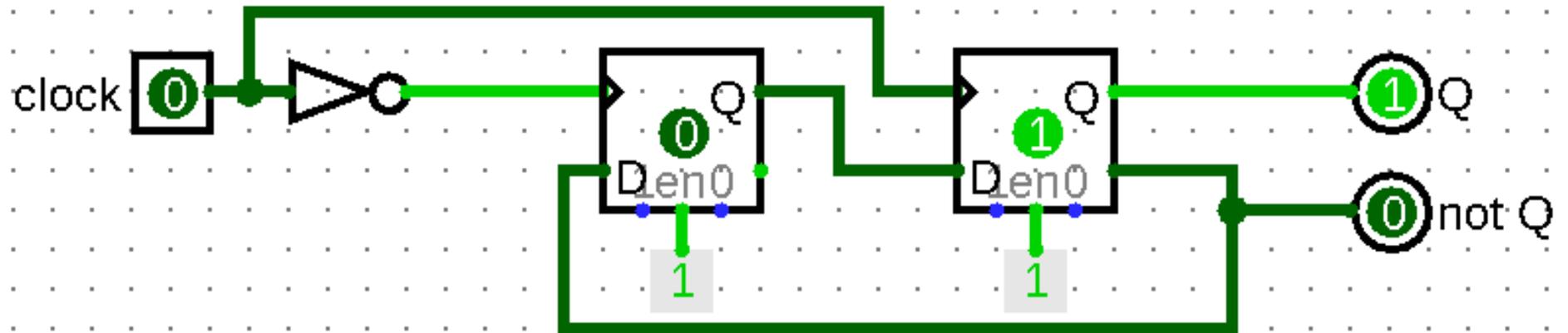
Aufgabe: 1-Bit-Zähler

- Zähler: Eingang Clock, Ausgänge Q, und “not Q”

Bauen Sie einen 1-Bit Zähler mit 2 D-Flip-Flops und verpacken Sie diesen dann hübsch:



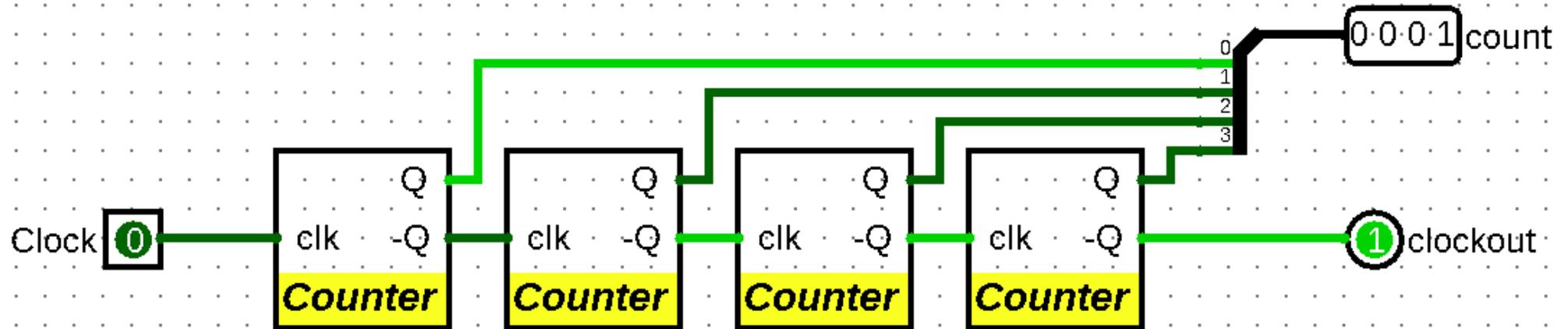
1-Bit Zähler



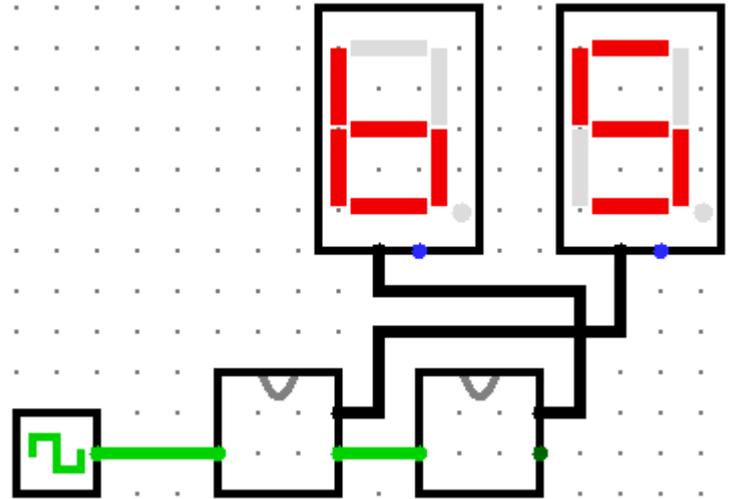
Aufgabe: 4-Bit-Counter

- Bauen Sie einen 4-Bit Counter aus 1-Bit Countern.
- Verwenden Sie ein Clock-Signal als Eingang.
- Vereinigen Sie die 4 Ausgänge mit einem Splitter auf eine einzelne 4-Bit Leitung.
- Schliessen Sie ein Hex-Display daran an.
- Das “not Q” des letzten Counters soll ebenfalls ein Ausgang des 4-Bit Counters sein.
- Bauen Sie daraus ein 8-Bit Counter

4-Bit Counter



8-Bit Counter (mit zwei 4-Bit C.)



Multiplexer, Demultiplexer

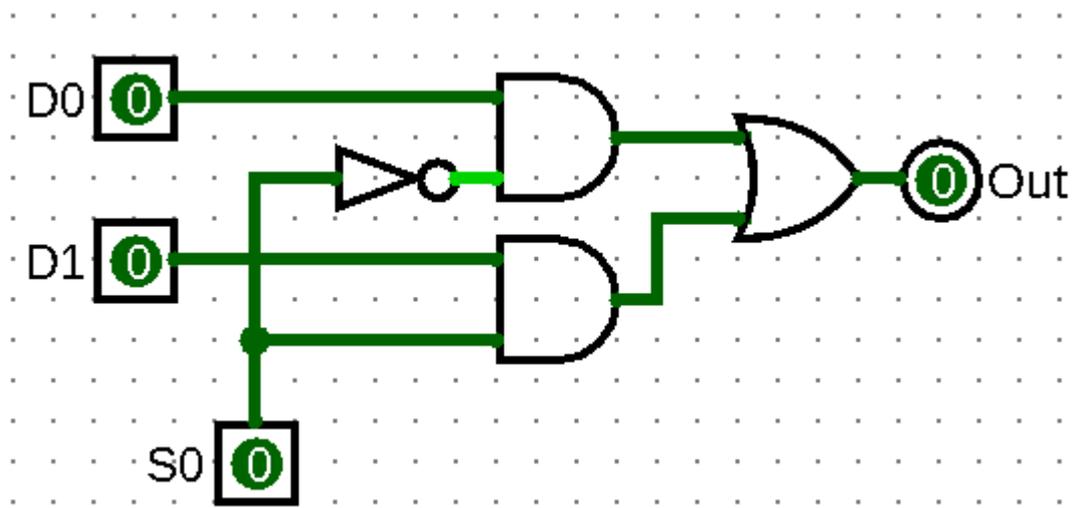
- Multiplexer:
 - 2^n Daten-Eingänge
 - n Selektoren-Eingänge, (Binärzahl s für die Auswahl)
 - 1 Datenausgang (Kopie des Dateneingangs Nummer s)
- Einfachste Variante: $n=1$
 - Auswahl aus zwei Eingängen

Aufgabe 1-Bit Multiplexer

- 3 Eingänge
 - D0, D1 (Dateneingänge)
 - S0 (Selektor)
- 1 Ausgang O
 - Liefert D0 wenn $S0=0$
 - Liefert D1 wenn $S0=1$

Aufgabe 1-Bit Multiplexer

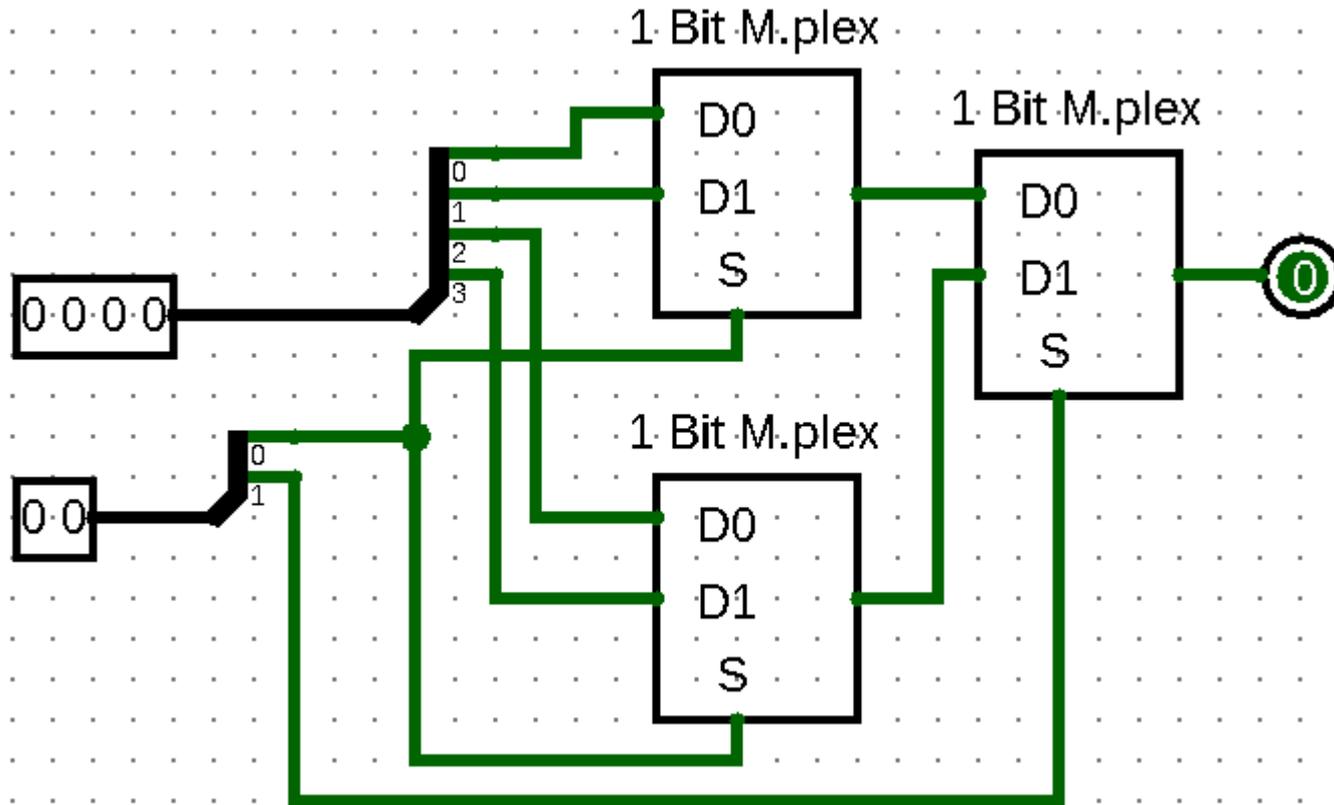
- 3 Eingänge
 - D0, D1 (Dateneingänge)
 - S0 (Selektor)
- 1 Ausgang O
 - Liefert D0 wenn $S0=0$
 - Liefert D1 wenn $S0=1$



Zusatzaufgabe 2bit-Multiplexer

- Packen Sie den 1-Bit Multiplexer in einen Subcircuit
- Add circuit...
- Bauen Sie mit drei 1-Bit Multiplexern einen 2-Bit Multiplexer.
- Sie können einen Input verwenden, der 4 Bits breit ist.

2-Bit Multiplexer



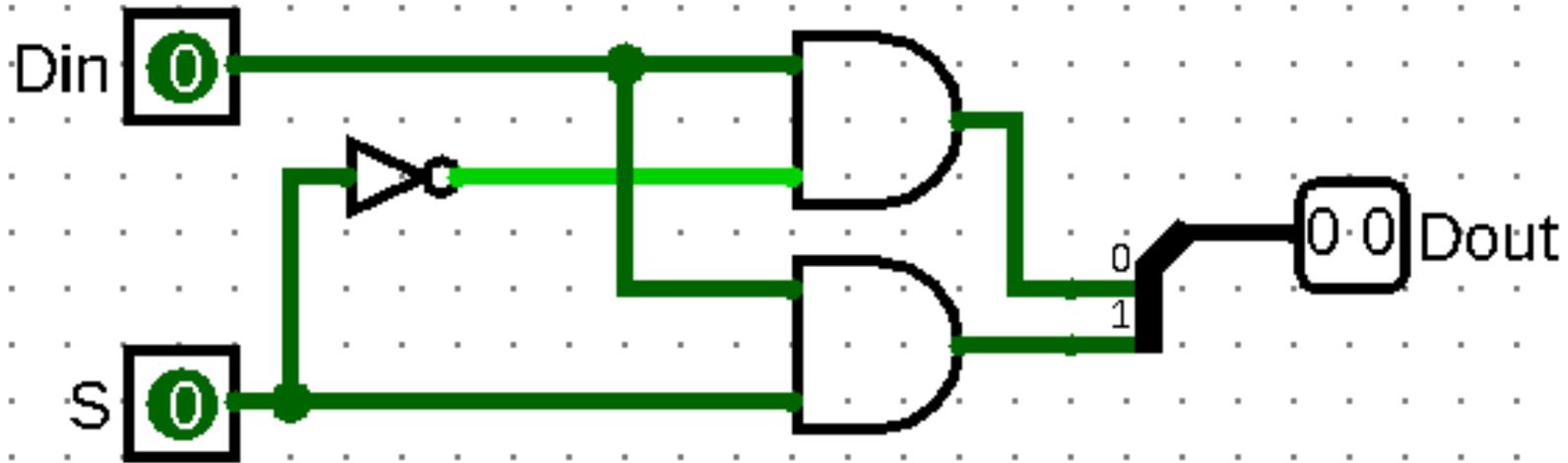
Demultiplexer

- Ein Dateneingang
- 2^n Datenausgänge
- n Selektoreneingänge

Aufgabe: 1-Bit Demultiplexer

- 1 Dateneingang D
- 1 Selektor-Eingang S
- 2 Ausgänge D0, D1, wobei
 - D0 eine Kopie von D wenn $S=0$, sonst 0
 - D1 eine Kopie von D wenn $S=1$, sonst 0

Aufgabe: 1-Bit Demultiplexer



Speicher

- Viele einzelne Speicherzellen
- Datenbus (parallele Leitungen, z.B. 64 Bit breit)
- Adressbus (auswahl der Speicherzelle)
- Bytes sind nummeriert
 - via Demultiplexer geschrieben
 - alle Zellen hängen am Datenbus, Adresse wählt Zelle aus
 - via Multiplexer ausgelesen

ALU

- Arithmetic and Logic Unit
- Werte als Input in Registern (“CPU-Speicher”)
- Diverse Operationen (arithmetisch, logisch)
 - “Alle” werden ausgeführt
 - Resultat wird durch OP-Code bestimmt (Multiplexer)
 - OP-Code bestimmt, wohin das Resultat geschrieben wird
 - RAM oder Register

Programmcode im Speicher

- PC (Programm Counter)
 - Register mit Speicheradresse der aktuellen Anweisung
- Fetch-Execute-Cycle
 - OP-Code und Daten aus dem Speicher holen
 - Decodieren, ausführen
 - Resultate evtl. Zurückschreiben
 - PC-Register anpassen