Zahlen und Zahlsysteme

Informatik Grundlagen
Kantonsschule am Burggraben

Ivo Blöchliger

Unäre Darstellung von Zahlen

- Finger
- Striche
- Zusammenfassung von Strichen (römische Zahlen)
- Einfach, aber unpraktisch

Dezimalsystem, Zählwerkanalogie

- Null ist unär nicht darstellbar
- Geistige Leistung, für Null (nichts) etwas zu schreiben.
- Zählwerk, Stellwertsystem
- Basis 10 → 10 Ziffern 0 bis 9
- Einer, Zehner, Hunderter, Tausender etc.
- → Zehnerpotenzen!

Binär- und Hexadezimalsystem

- Kennzeichnung des Zahlsystems (Basis)
  - Ohne Prefix: Dezimal, z.B. 42
  - Binär mit Prefix 0b (Null be), z.B. 0b101010
  - Hexadezimal mit Prefix 0x (Null ix), z.B. 0x2a

Binär → Dezimal (von Hand)

- Einfach entsprechende Zweierpotenzen im Dezimalsystem addieren.
- Z.B. 0b101010 = 32 + 8 + 2 = 42
- Rechnen Sie damit die Zahl 0b110’0100 um.

- Hinweis: Im Binärsystem werden Vierergruppen zur Lesbarkeit getrennt.
  - In einigen Programmiersprachen kann mit _ (Bodenstrich) gruppiert werden, z.B. Java, Ruby, und ab Python 3.6 (aber nicht TigerJython). Also z.B. 0b110_0100

Dezimal → Binär, Algo 1

- Grösste Zweierpotenz suchen, 1 notieren
- Wiederholen:
  - Von Zahl abziehen
  - Nächst kleine Zweierpotenz passt?
    - Wenn ja, 1 notieren, von Zahl abziehen
    - Sonst 0 notieren
  - Fertig wenn Zweierpotenz gleich 1 ist.

Dezimal → Binär, Algo 1

- Rechnen Sie damit die Zahl 123 ins Binärsystem um.

Universeller Algorithmus

- Letzte Stelle ist Rest der Division durch die Basis.
  - z.B. ist 42 % 10 == 2,
  - und 0x2a % 0x10 == 0xa
  - und 0b10101 % 0b10 = 0b1
- Idee: Division durch gewünschte Basis ergibt als Rest die letzte Stelle.
- Das ganzzahlige Resultat der Division ist die Zahl um eine Stelle nach rechts verschoben (in der neuen Basis).

Universeller Algorithmus, Basis 16

- Beispiel: Umrechnung von 421 ins Hexadezimalsystem:
  - 421 / 16 = 26 Rest 5, also letzte Ziffer 0x5
  - 26 / 16 = 1 Rest 10, also neue Ziffer 0xa
  - 1 / 16 = 0 Rest 1, also neue Ziffer 0x1

    Fertig, Zahl ist 0x1a5

Universeller Algorithmus, Basis 2

- Beispiel: Umrechnung von 42 ins Binärsystem:
  - 42 / 2 = 21 Rest 0 (Niederwertigste Stelle)
  - 21 / 2 = 10 Rest 1
  - 10 / 2 = 5 Rest 0
  - 5 / 2 = 2 Rest 1
  - 2 / 2 = 1 Rest 0
  - 1 / 2 = 0 Rest 1 (Höchstwertigste Stelle)
  - Fertig, Zahl ist 0b101010

Der Computer kann nur binär!

- Um eine Zahl im Dezimalstystem auszugeben wendet der Computer den universellen Algorithmus an.
  - Jedes Mal wenn z.B. ein print-Befehl eine Zahl ausgibt!
    - Und ja, die Ziffern müssen natürlich noch in Buchstaben umgewandelt werden.
      - Und ja, das müssen noch einzelne Bildpunkte auf dem Bildschirm dargestellt werden.

Umrechnungsaufgaben

- 109 in binär
- 51’966 in hexadezimal
- 0b1000’0001 in dezimal
- 0x1ab in dezimal

Umrechnungsaufgaben Lösungen

- 109 = 0b1101101
- 51’966 = 0xcafe
- 0b1000’0001 = 129
- 0x1ab in dezimal = 427

Umrechnen in Python

- Zahlen können direkt mit den Prefixen eingegeben werden. Die Ausgabe folgt automatisch dezimal
- Umrechnung mit den Funktionen bin und hex
  - bin(42) liefert “0b101010” (als Zeichenkette!)
  - hex(42) liefert “0x2a” (als Zeichenkette!)
- Ausgabe hexadezimal mit Format-Strings:
  - print(“%x” % 42) liefert 2a

Schriftliche Addition in binär

- Addieren Sie schriftlich:

```
  0b  1 1 0 0  0 1 1 0
+ 0b    1 1 0  1 1 1 1
```

Schriftliche Addition in binär

- Addieren Sie schriftlich:

```
    0b  1 1 0 0  0 1 1 0
  + 0b    1 1 0  1 1 1 1

      1 1     1  1 1
 ----------------------------
   0b 1 0 0 1 1  0 1 0 1
```