Folgen und Reihen mit Hilfsmittel

1) $\underline{\underline{a_n = (-1)^n \cdot (49-5n)}}$

2 a) Um eine <u>arithmetische</u> Folge.

b) $a_7 = 30 \quad a_{13} = 26 \quad a_7 + 6d = a_{13} \rightarrow \underline{d = -\frac{2}{3}}$

$a_1 = a_7 - 6 \cdot d \rightarrow \underline{a_1 = 34}$

$a_n = 34 + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot (n-1) = 0 \rightarrow n = 52 \qquad a_{52} = 0$

<u>51 Glieder</u> sind positiv.

3) $a_3 = 9 \quad a_{29} = 139 = a_3 + 26 \cdot d \rightarrow \underline{\underline{d = 5}}$

$a_1 = a_3 - 2 \cdot d = \underline{\underline{-1}}$

$s_{30} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d = 30 \cdot (-1) + \frac{30 \cdot 29}{2} \cdot 5 = \underline{\underline{2145}}$

4) $0{,}99 + 0{,}99^2 + 0{,}99^3 + 0{,}99^4 + \ldots = \frac{0{,}99}{0{,}01} = \underline{\underline{99}}$

$\cdot 0{,}99 \qquad \cdot 0{,}99 \qquad \cdot 0{,}99$

5) $q = \frac{a_3}{a_2} = -\frac{\cancel{24}^{2}}{\frac{\cancel{36}}{3}} = -\frac{2}{3} \qquad a_1 = \frac{a_2}{q} = \frac{36}{\left(-\frac{2}{3}\right)} = \underline{\underline{-54}}$

$s = \frac{a_1}{1-q} = \frac{-54}{1+\frac{2}{3}} = -54 \cdot \frac{3}{5} = \underline{\underline{-32{,}4}}$

6) $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{8}{2^{n-2}} = \underline{\underline{0}} \qquad \frac{8}{2^{n-2}} = \frac{1}{10'000} \rightarrow n = 18{,}3$

$\underline{\underline{n' = 18}}$

7) $\overline{A_1A_2} = 14 \rightarrow F_1 = 196 \text{ cm}^2$

$\overline{B_1B_2} = 10$ (Pythagoras) $\rightarrow F_2 = 100 \text{ cm}^2$

$$q = \frac{F_2}{F_1} = \frac{100}{196} = \frac{25}{49} \approx 0{,}51$$ 1

a) $s = \dfrac{a_1}{1-q} = \dfrac{196}{1-\frac{25}{49}} = 196 \cdot \dfrac{49}{24} \approx \underline{\underline{400{,}17}}$ 1

b) $1 \text{ mm}^2 = 0{,}01 \text{ cm}^2 \rightarrow 0{,}01 = 196 \cdot \left(\frac{25}{49}\right)^{n-1}$ 1

$\rightarrow n = 15{,}64$ also ab dem $\underline{\underline{\text{16. Glied}}}$

c) $\overline{A_1B_1} = 8 \text{ cm}$

$$\left.\begin{aligned} \overline{A_1B_1} &= 8 \text{ cm} \\ \overline{B_1C_1} &= \frac{8}{14} \cdot 10 \text{ cm} = \frac{40}{7} \text{ cm} \end{aligned}\right\} q' = \frac{5}{7} \quad (= \sqrt{q})$$

$$s = \frac{8 \text{ cm}}{1-\frac{5}{7}} = \underline{\underline{28 \text{ cm}}}$$

8)
$$\left.\begin{aligned} y_1 &= 20 - 0{,}4 = 19{,}6 \\ y_1' &= 0{,}6 \end{aligned}\right\} h_1 = 19 \qquad h_3 = 17$$

AF!

$$h_4 = 16$$

$$\left.\begin{aligned} y_2 &= 20 - 2 \cdot 0{,}4 = 19{,}2 \\ y_2' &= 2 \cdot 0{,}6 = 1{,}2 \end{aligned}\right\} h_2 = 18$$

$$s_{19} = 19 + 18 + 17 + \ldots + 1 = 19 \cdot \frac{a_1 + a_{19}}{2} = \underline{\underline{190}}$$

9) $F_1 = 2 \qquad F_2 = \frac{8}{9} \cdot 2 = \frac{16}{9} \qquad \underbrace{F_3 = \frac{8}{9} \cdot \frac{16}{9} = \frac{128}{81}}_{\text{nach dem 2. Flug}}$

$$\underline{\underline{F_n = 2 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}}}$$

$2 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{n-1} = \frac{1}{2} \rightarrow n = 12{,}77$ nach dem 11. Flug

muss er aufhören.

10 a) $q = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

$K_1 + K_2 + K_3 + \ldots = \frac{K_1}{1-q} = \frac{r_1^2 \cdot \pi}{\frac{5}{9}} = \frac{81}{5} \cdot \pi$

$3 \cdot (K_2 + K_3 + \ldots) = \frac{3 \cdot K_2}{1-q} = \frac{3 \cdot r_2^2 \cdot \pi}{\frac{5}{9}} = \frac{108}{5} \pi$

$A_{tot} = \frac{108 + 81}{5} \cdot \pi = \underline{\underline{118{,}75 \text{ cm}^2}}$

b) $A_n = \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1} \cdot r_1^2 \cdot \pi \rightarrow 10^{-5} = \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1} \cdot 3^2 \cdot \pi \rightarrow n = \cancel{18}\ 19$

nach oben ~~18~~ 19, nach links, rechts, unten je ~~17~~ 18 $\underline{\underline{n_{tot} = \cancel{69}\ 73}}$

c) $R = 2 \cdot r_1 + 2 r_2 + \ldots - r_1 = 2(r_1 + r_2 + \ldots) - r_1$

$= 2 \cdot (r_1 + \frac{2}{3} r_1 + \frac{4}{9} r_1 + \ldots) - r_1 = \underbrace{2 \cdot r_1 \cdot (1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \ldots)}_{s_n} - r_1$

$\lim\limits_{n \to \infty} s_n = 2 \cdot r_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 6 r_1 \rightarrow R = 5 r_1 = \underline{\underline{15 \text{ cm}}}$

11 a) $a_{n+1} = a_n \cdot \frac{1}{2} + 2$

b) (a_n): 8; 6; 5; 4,5; 4,25; ... $\rightarrow 4$

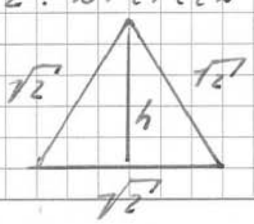
c) $a_n = 8 - \sum\limits_{k=1}^{n} 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

$\lim\limits_{n \to \infty} a_n = 8 - 4 \cdot \underbrace{\lim\limits_{n \to \infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^n}_{1} = 8 - 4 \cdot 1 = 4$

Seite

12) 1. Dreieck: $A_1 = 1$ $s_1 = \sqrt{2} = s_2$ $s_3 = 2$

2. Dreieck



$h = \sqrt{\frac{3}{2}}$ $A_2 = \sqrt{\frac{3}{4}}$

$s_1 = \sqrt{2}$ $s_2 = \sqrt{2}$ $s_3 = \sqrt{2}$

Rechtwinklige Dreiecke:

Die Dreiecke sind ähnlich, die Hypotenusen bilden eine GF mit $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$, die Flächen bilden eine GF mit $q = \frac{1}{2}$.

$$A_{tot} = \lim_{n \to \infty} s_n = 1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

Gleichseitige Dreiecke

Die Dreiecke sind ähnlich, die Seiten bilden eine GF mit $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$, die Flächen bilden eine GF mit $q = \frac{1}{2}$

$$A_{tot} = \sqrt{\frac{3}{4}} \, \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 2$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} \cdot 4} = \sqrt{3}$$

Gesamte Fläche: $\underline{\underline{2 + \sqrt{3}}}$