

# Folgen und Reihen mit Hilfsmittel

$$1) \underline{\underline{a_n = (-1)^n \cdot (49 - 5n)}}$$

2 a) Um eine arithmetische Folge.

$$b) a_7 = 30 \quad a_{13} = 26 \quad a_7 + 6d = a_{13} \rightarrow \underline{\underline{d = -\frac{2}{3}}}$$

$$a_1 = a_7 - 6 \cdot d \rightarrow \underline{\underline{a_1 = 34}}$$

$$a_n = 34 + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot (n-1) = 0 \rightarrow n = 52 \quad a_{52} = 0$$

51 Glieder sind positiv.

$$3) a_3 = 9 \quad a_{29} = 139 = a_3 + 26 \cdot d \rightarrow \underline{\underline{d = 5}}$$

$$a_1 = a_3 - 2 \cdot d = \underline{\underline{-1}}$$

$$S_{30} = n \cdot a_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d = 30 \cdot (-1) + \frac{30 \cdot 28}{2} \cdot 5 = \underline{\underline{2145}}$$

$$4) \underbrace{0,99}_{\cdot 0,99} + \underbrace{0,99^2}_{\cdot 0,99} + \underbrace{0,99^3}_{\cdot 0,99} + 0,99^4 + \dots = \frac{0,99}{0,01} = \underline{\underline{99}}$$

$$5) q = \frac{a_3}{a_2} = -\frac{24^2}{36} = -\frac{2}{3} \quad a_1 = \frac{a_2}{q} = \frac{36}{\left(-\frac{2}{3}\right)} = \underline{\underline{-54}}$$

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{-54}{1+\frac{2}{3}} = -54 \cdot \frac{3}{5} = \underline{\underline{-32,4}}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8}{2^{n-2}} = 0 \quad \frac{8}{2^{n-2}} = \frac{1}{10'000} \rightarrow n = 18,3$$

n' = 18

$$7) \overline{A_1 A_2} = 14 \rightarrow F_1 = 196 \text{ cm}^2$$

$$\overline{B_1 B_2} = 10 \text{ (Pythagoras)} \rightarrow F_2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$q = \frac{F_2}{F_1} = \frac{100}{196} = \frac{25}{49} \approx 0,51$$

$$a) s = \frac{a_1}{1-q} = \frac{196}{1-\frac{25}{49}} = 196 \cdot \frac{49}{24} \approx \underline{\underline{400,17}}$$

$$b) 1 \text{ mm}^2 = 0,01 \text{ cm}^2 \rightarrow 0,01 = 196 \cdot \left(\frac{25}{49}\right)^{n-1}$$

$$\rightarrow n = 15,69 \text{ also ab dem } \underline{\underline{16. \text{ Glied}}}$$

$$c) \overline{A_1 B_1} = 8 \text{ cm}$$

$$\overline{B_1 C_1} = \frac{8}{14} \cdot 10 \text{ cm} = \frac{40}{7} \text{ cm} \left. \vphantom{\overline{B_1 C_1}} \right\} q' = \frac{5}{7} (= \sqrt{q'})$$

$$s = \frac{8 \text{ cm}}{1-\frac{5}{7}} = \underline{\underline{28 \text{ cm}}}$$

$$8) \left. \begin{array}{l} y_1 = 20 - 0,4 = 19,6 \\ y_1' = 0,6 \end{array} \right\} h_1 = 19$$

$$h_3 = 17$$

$$\left. \begin{array}{l} y_2 = 20 - 2 \cdot 0,4 = 19,2 \\ y_2' = 2 \cdot 0,6 = 1,2 \end{array} \right\} h_2 = 18$$

$$h_4 = 16$$

AF!

$$s_{19} = 19 + 18 + 17 + \dots + 1 = 19 \cdot \frac{a_1 + a_{19}}{2} = \underline{\underline{190}}$$

$$9) F_1 = 2 \quad F_2 = \frac{8}{9} \cdot 2 = \frac{16}{9} \quad F_3 = \frac{8}{9} \cdot \frac{16}{9} = \frac{128}{81}$$

$$\underline{\underline{F_n = 2 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{n-1}}}$$

nach dem 2. Flug

$$2 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{n-1} = \frac{1}{2} \rightarrow n = 12,77 \text{ nach dem 11. Flug muss er aufh\u00f6ren.}$$

$$10. a) q = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$K_1 + K_2 + K_3 + \dots = \frac{K_1}{1-q} = \frac{r_1^2 \cdot \pi}{\frac{5}{9}} = \frac{81}{5} \cdot \pi$$

$$3 \cdot (K_2 + K_3 + \dots) = \frac{3 \cdot K_2}{1-q} = \frac{3 \cdot r_2^2 \cdot \pi}{\frac{5}{9}} = \frac{108}{5} \cdot \pi$$

$$A_{\text{tot}} = \frac{108181}{5} \cdot \pi = \underline{\underline{118,75 \text{ cm}^2}}$$

$$b) A_n = \left(\frac{4}{9}\right)^n \cdot r_1^2 \cdot \pi \rightarrow 10^{-5} = \left(\frac{4}{9}\right)^n \cdot 3^2 \cdot \pi \rightarrow n = 18$$

nach oben 18, nach links, rechts, unten je 17  $A_{\text{tot}} = \underline{\underline{69}}$

$$c) R = 2 \cdot r_1 + 2 \cdot r_2 + \dots - r_1 = 2(r_1 + r_2 + \dots) - r_1$$

$$= 2 \cdot \left(r_1 + \frac{2}{3} r_1 + \frac{4}{9} r_1 + \dots\right) - r_1 = 2 \cdot r_1 \cdot \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots\right) - r_1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = 2 \cdot r_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 6 r_1 \rightarrow R = 5 r_1 = \underline{\underline{15 \text{ cm}}}$$

$$11 a) a_{n+1} = a_n \cdot \frac{1}{2} + 2$$

$$b) (a_n): 8; 6; 5; 4,5; 4,25; \dots \rightarrow 4$$

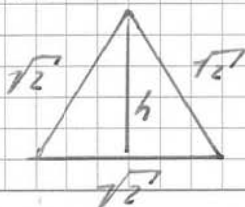
$$c) a_n = 8 - \sum_{k=1}^n 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 8 - 4 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \underbrace{\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k}_1 = 8 - 4 \cdot 1 = 4$$

$$12) 1. \text{ Dreieck: } A_1 = 1$$

$$s_1 = \sqrt{2} = s_2 \quad s_3 = 2$$

2. Dreieck



$$h = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad A_2 = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$s_1 = \sqrt{2} \quad s_2 = \sqrt{2} \quad s_3 = \sqrt{2}$$

Rechtwinklige Dreiecke:

Die Dreiecke sind ähnlich, die Hypotenusen bilden eine GF mit  $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , die Flächen bilden

eine GF mit  $q = \frac{1}{2}$ .  $A_{\text{tot}} = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$

Gleichseitige Dreiecke

Die Dreiecke sind ähnlich, die Seiten bilden eine GF mit  $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , die Flächen bilden eine GF

mit  $q = \frac{1}{2}$

$$A_{\text{tot}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 2$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} \cdot 4} = \sqrt{3}$$

Gesamte Fläche:  $2 + \sqrt{3}$