Merke

Alle Funktionen feiern eine Party. Da kommt der Ableitungsoperator und schreit: «Ich leite Euch alle ab!». Alle Funktionen zittern vor Angst. Nur eine steht cool an der Bar und grinst: «Ich bin e^x!».

Aufgabe 20.403 Leiten Sie $f(x) = a^x$ ab, indem Sie die Funktion mit Basis e schreiben.

✎

Merke

Die Ableitung einer Exponentialfunktion $f(x) = a^x$ ist

$$f'(x) = (a^x)' = \ln(a)a^x.$$

Insbesondere gilt $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$.

20.4 Ableitung der Umkehrfunktion

Aufgabe 20.404 Bestimmen Sie die Ableitung von $f(x) = \ln(x)$ (Logarithmus zur Basis e). Gehen Sie wie folgt vor:

a) Zeichnen Sie die Graphen von $f(x) = \ln(x)$ und $g(x) = e^x$ ins gleiche Koordinatensystem. Was ist der geometrische Zusammenhang dieser beiden Graphen?

b) An der allgemeinen Stelle x_0 soll die Ableitung bestimmt werden. Für $x_0 = 2$ skizzieren Sie im Punkt $(x_0, \ln(x_0))$ die Tangente t_f an $f(x)$. Skizzieren Sie die Tangente t_f im entsprechenden Punkt auf $g(x)$.

c) Bestimmen Sie die Tangentensteigung von t_g mit Hilfe der Ableitung von $g(x)$.

d) Schliessen Sie daraus auf die Tangentensteigung von t_f und damit die Ableitungsfunktion von $f(x) = \ln(x)$.

Merke Ableitung des natürlichen Logarithmus

Es gilt:

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x}.$$

Aufgabe 20.405 Analog zur Aufgabe 20.404, leiten Sie die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ als Umkehrfunktion der Funktion $g(x) = x^2$ ab.