

*** Lösung zu Aufgabe 411** ex-kettenregel-mit-linearer-approximation-herleiten

Es gilt $f(x_0 + h) \approx f(x_0) + f'(x_0)h$ und $g(x_0 + h) \approx g(x_0) + g'(x_0)h$. Es gilt also:

$$k(x_0 + h) = f(g(x_0 + h)) \approx f\left(g(x_0) + \underbrace{h \cdot g'(x_0)}_{h_2}\right) \approx f(g(x_0)) + h_2 f'(g(x_0)) = f(g(x_0)) + h \cdot g'(x_0) f'(g(x_0))$$

Der erste Term ist $k(x_0)$, der zweite ist also $h \cdot k'(x_0)$. Wir schliessen daraus

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Intuitiv kann man die Sache wie folgt verstehen: Das Argument in f ändert sich nicht mit Änderungsrate 1 (wie wenn dort nur x stehen würde) sondern mit Änderungsrate $g'(x)$. Darum wird die Änderungsrate noch damit multipliziert. Man spricht von innerer Ableitung.