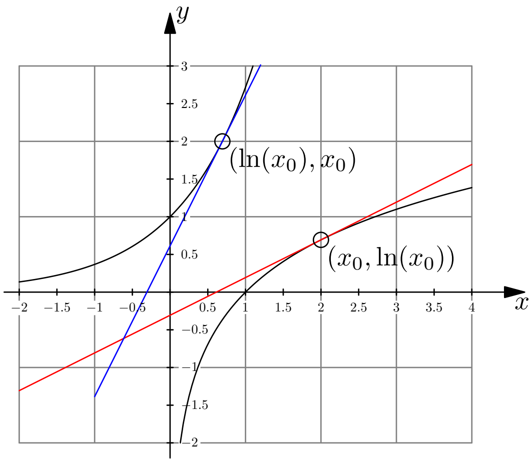

a) Die Graphen sind an der Winkelhalbierenden gespiegelt. Diese Spiegelung vertauscht x und y.

b) Siehe Abbildung.

c) Wir bestimmen den Wert der Ableitung von $g(x) = \mathrm{e}^x$ für das Argument $x = \ln(x_0)$, also $g'(\ln(x_0)) = \mathrm{e}^{\ln(x_0)} = x_0$.

d) Beim Spiegeln eines Steigungsdreiecks an der Winkelhalbierenden werden Δx und Δy vertauscht. D.h. die Steigung von t_f ist der Kehrwert der Steigung von t_g. Und somit ist $\ln'(x_0) = \frac{1}{x_0}$.

Lösung zu Aufgabe 405 ex-wurzel-ableiten

Gesucht ist die Tangentensteigung an den Graphen von $f(x) = \sqrt{x}$. Wir wählen einen Punkt $(x_0, \sqrt{x_0})$ auf dem Graphen von $f(x)$. Der entsprechende Punkt auf $g(x)$ hat die Koordinaten $(\sqrt{x_0}, x_0)$. Die Tangentensteigung in diesem Punkt erhalten wir durch die Ableitung von $g'(x) = 2x$, also $g'(\sqrt{x_0}) = 2\sqrt{x_0}$.

Der Kehrwert davon ist die Tangentensteigung an der Stelle x_0. Wir folgern

$$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Lösung zu Aufgabe 407 ex-vielfache-ableiten

a) $f'(x) = -12x^2$ b) $g'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}}$ c) $h'(x) = -\mathrm{e}^x$ d) $k'(x) = \left(\frac{\ln(x)}{\ln(2)}\right)' = \frac{1}{\ln(2)} \cdot \frac{1}{x}$

Lösung zu Aufgabe 409 ex-linearkombinationen-ableiten

a) $f'(x) = 0$

b) $f'(x) = 5x^4 - 9x^2$

c) $f'(x) = \mathrm{e}^x - \frac{1}{x} + 2x$

d) $f'(x) = \left(x^{-1}\right)' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

e) $f'(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right)' = 1 + \frac{1}{x^2}$

f) $f'(x) = \left(x^2 - 3x + 2\right)' = 2x - 3$

g) $f'(x) = \mathrm{e}^x$

h) $f'(x) = (4\ln(x) + \ln(\mathrm{e}^x))' = 4 \cdot \frac{1}{x} + 1$

Lösung zu Aufgabe 410 ex-funktionen-verschachteln

a) $f(g(x)) = (2^x)^5$

b) $g(f(x)) = 2^{x^5}$

c) $f(k(x)) = (\sqrt{x})^5$

d) $k(h(f(x))) = \sqrt{\ln(x^5)}$

e) $g(f(h(x))) = 2^{(\ln(x))^5}$

f) $h(g(k(x))) = \ln\left(2^{\sqrt{x}}\right)$

Lösung zu Aufgabe 411 ex-funktionen-entschachteln

a) $f(x) = \ln\left(x^5\right)$ $g(x) = \ln(x)$, $h(x) = x^5$

b) $f(x) = \sqrt{4^x}$ $g(x) = \sqrt{x}$, $h(x) = x^4$

c) $f(x) = 2^{x^2}$ $g(x) = 2^x$, $h(x) = x^2$

d) $f(x) = (2^x)^2$ $g(x) = x^2$, $h(x) = 2^x$