**Merke** Manipulation von Funktionsgraphen

| **Ersetzung** | **Effekt** | **Beispiel mit** $f(x) = 2^x$ |
|---|---|---|
| $g(x) = f(x) + a$ | Verschiebung um $a$ in $y$-Richtung. | $g(x) = 2^x - 2$ |
| $g(x) = a \cdot f(x)$ | Streckung mit Faktor $a$ in $y$-Richtung (d.h. auch Spiegelung an $x$ wenn $a < 0$). | $g(x) = -\frac{1}{3}2^x$ |
| $g(x) = f(x + a)$ | ⚠Verschiebung um $-a$ in $x$-Richtung. ⚠ | $g(x) = f(x-2) = 2^{x-2}$ |
| $g(x) = f(a \cdot x)$ | ⚠Streckung mit Faktor $\frac{1}{a}$ in $x$-Richtung ⚠ (d.h. auch Spiegelung and $y$ wenn $a < 0$). | $g(x) = f(-2 \cdot x) = 2^{-2x}$ |

**Aufgabe 366** Ausgehend vom Graphen der Funktion $f(x) = 2^x$, skizzieren Sie die Graphen von $a(x) = -\frac{1}{2}f(x)$, $b(x) = f\left(-\frac{1}{2}x\right)$, $c(x) = f(x) - 4$, $d(x) = f(x-1)$, $e(x) = 1 - f(x-1)$.

**Aufgabe 367** Sie legen heute auf der Bank 1 Rp. zu einem Zins von 3% an und lassen sich anschliessend einfrieren, um in 2000 Jahren wiederbelebt zu werden. Wie gross ist Ihr Kapital dann, wenn der Zinssatz gleich geblieben ist?

Vergleichen Sie den Betrag mit dem Schweizer Bruttoinlandsprodukt. Was sagt das über die Nachhaltigkeit von einem Zinsatz von 3% aus? Bzw. wie gross müsste die Inflation sein?

Bestimmen Sie die Exponentialfunktion $k(n)$, die das Kapital nach $n$ Jahren beschreibt.

**Aufgabe 368** Bestimmen Sie jeweils eine geeignet multiplizierte Exponentialfunktion, die die Situation beschreibt und beantworten Sie damit die Frage.

a) Hochgiftiges Plutonium 239 zerfällt radioaktiv. Nach 2410 Jahren (Halbwertszeit) nimmt seine Masse um die Hälfte ab. Wie gross ist der Massenverlust pro Jahr?

b) Die Anzahl Bakterien in einer Nährlösung verdoppelt sich alle drei Stunden. Zu Beginn befinden sich 10'000 Bakterien in der Nährlösung. Wie viele Bakterien sind nach 1, 2, 5 und 24 Stunden in der Nährlösung?

c) Lässt man eine 90° C heisse Tasse Tee bei 0° C Lufttemperatur stehen, kühlt sich die Tasse pro 25 min um die Hälfte ab. Wie warm ist die Tasse nach 10 min? Wie warm ist die Tasse nach 2 h? Bestimmen Sie mit dem TR, wie lange es geht, bis der Tee 50° C warm ist.

*Die Zahlen sind erfunden, die Tasse ist wohl eher gut isoliert.*

**Definition 48** Exponentielles Wachstum und Zerfall

Es sei $B(t)$ eine Funktion, die den Bestand einer Substanz oder einer Tierart oder eines Geldbetrags usw. zum Zeitpunkt $t$ angibt. $t$ ist in einem beliebigen Zeitmass (Stunden, Sekunden, Jahre...) gemessen.

Falls sich der Bestand $B(t)$ pro Zeitintervall um den Faktor $q$ vermehrt bzw. verringert, so spricht man von **exponentiellem Wachstum** (für $q > 1$) bzw. **exponentiellem Zerfall** (für $0 < q < 1$).

Für den Bestand $B(t)$ zur Zeit $t$ gilt dann die Gleichung:

$$\boxed{B(t) = B_0 \cdot q^t\ ,}$$

wobei $B_0$ der Anfangsbestand zur Zeit 0 ist.
Hat man eine Zunahme (bzw. Abnahme) um den Faktor $q$ während eines Zeitintervalls $\Delta t$, dann gilt die Gleichung:

$$\boxed{B(t) = B_0 \cdot q^{\frac{t}{\Delta t}}\ .}$$