



Definition 49 Wachstumsfaktor

Für eine Wachstumsfunktion $B(t) = B_0 \cdot q^t$ und eine Zeitspanne Δt heisst

$$r = \frac{B(t + \Delta t)}{B(t)} = \text{✎}$$

der zur Zeitspanne Δt gehörende **Wachstumsfaktor**.

✎ **Aufgabe 369** Zeigen Sie, dass der Wachstumsfaktor nur von Δt , nicht aber von t abhängt.



Merke Halbwertszeit und Verdoppelungszeit

Bei einem Zerfallsprozess ist die **Halbwertszeit** die zum Wachstumsfaktor $\frac{1}{2}$ gehörende Zeitspanne.
Beim Wachstumsprozess ist die **Verdoppelungszeit** die zum Wachstumsfaktor 2 gehörende Zeitspanne.

✎ **Aufgabe 370** Nach 10 Tagen ist von einem radioaktiven Stoff noch 10% übrig. Wie gross ist die Halbwertszeit von diesem Stoff?

Sei $m(t)$ der Anteil (in $[0, 1]$) nach der Zeit t in Tagen.

$m(t) = \text{✎}$

Für die Halbwertszeit x gilt:



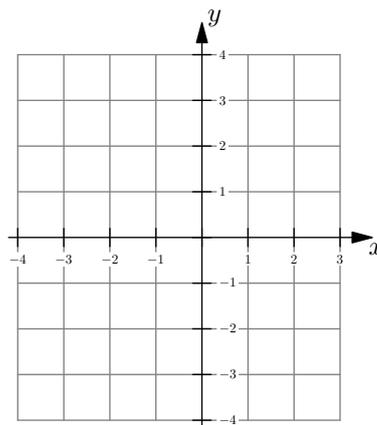
Der TR liefert ✎

In der obigen Gleichung suchen wir einen Exponenten. Bis jetzt haben wir nur Gleichungen gelöst, wo die Unbekannte in der Basis ist. Um solche Gleichungen zu lösen haben wir Wurzeln, bzw. gebrochene Exponenten verwendet.

✎ **Aufgabe 371**

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f(x) = 2^x$ in folgendes Koordinatensystem ein. Zeichnen Sie dann den Graphen der Umkehrfunktion $g(x) = f^{-1}(x)$. Die Umkehrfunktion $g(x_g)$ beantwortet folgende Frage: «Für welchen x -Wert x_f ist $f(x_f) = x_g$?»

Es gilt somit $g(f(x)) = x$. D.h. g macht f wieder rückgängig.



Hinweis: Die Notation f^{-1} hat nichts mit Potenzieren oder dem Kehrwert zu tun und ist nur eine Notation, um die Umkehrfunktion zu schreiben. Diese rührt daher, dass $h(x) = f(g(x))$ als $h = f \circ g$ geschrieben werden kann, was ein bisschen wie eine Multiplikation aussieht. Die Multiplikation mit einer Zahl a kann mit der Multiplikation mit a^{-1} rückgängig gemacht werden.

In seltenen Fällen trifft man die Notation «arg f » an, d.h. die Umkehrfunktion liefert zum Wert $f(x)$ das Argument x .

Merke Graph der Umkehrfunktion

Den Graphen einer Umkehrfunktion f^{-1} erhält man, indem man den Graphen der Ausgangsfunktion f an der 45° Achsen-Winkelhalbierenden spiegelt.