19.2 Logarithmen

Logarithmusfunktionen sind die Umkehrfunktionen von Exponentialfunktionen, so wie Wurzelfunktionen die Umkehrfunktionen von Potenzfunktionen sind. Nicht zu verwechseln mit einem *Algorithmus*, was eine Lösungs- oder Handlungsvorschrift ist, die z.B. mit einem Computerprogramm umgesetzt werden kann.

Potenz
$32 = 2^5$

Wurzeln
$x^5 = 32$
$x = \sqrt[5]{32} = 32^{\frac{1}{5}} = 2$

Logarithmen
$2^x = 32$
$x = \log_2(32) = 5$

- Die Wurzel beantwortet die Frage nach der Basis bei einer Potenzgleichung.
- Der Logarithmus beantwortet die Frage nach dem Exponenten bei einer Exponentialgleichung.

Daraus ergibt sich folgende Definition:

Definition 50 Logarithmus

Für $b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$ und $c \in \mathbb{R}^+$ definiert man

$$a = \log_b(c) \quad \iff \quad b^a = c$$

Ausgesprochen als «a **ist der Logarithmus zur Basis** b **von** c». b ist die **Logarithmusbasis** und c ist das **Argument**.

Merke

Der Logarithmus **liefert den Exponenten**, mit dem die Basis potenziert werden muss, um das Argument (das was im Logarithmus steht) zu erhalten.
Für $c < 0$ ist $\log_b(c)$ nicht definiert, weil Exponentialfunktionen nur positive Werte liefern.
Es gilt $\log_b(1) = 0$, weil $b^0 = 1$.

19.2.1 Spezielle Logarithmusbasen

Basis	**Name**	**Schreibweise**
10	Zehnerlogarithmus (dekadischer Logarithmus)	$\lg(c) := \log_{10}(c)$
2	Zweierlogarithmus (binärer Logarithmus)	$\mathrm{lb}(c) := \log_2(c)$
$\mathrm{e} \approx 2.7182818$	Natürlicher Logarithmus	$\ln(c) := \log_{\mathrm{e}}(c)$

Aufgabe 372 Berechnen Sie

a) $\lg(10'000)$ b) $\lg(0.1)$ c) $\lg\left(10^{23}\right)$ d) $\lg(0.0001)$

e) $\mathrm{lb}(1024)$ f) $\mathrm{lb}(0.125)$ g) $\ln(1)$ h) $\ln\left(\mathrm{e}^{\sqrt{2}}\right)$

Aufgabe 373 Lösen Sie nach x auf (Resultat als Logarithmus). Schätzen Sie für a) bis c) das Ergebnis von Hand ab, und überprüfen Sie mit dem TR.

a) $8^x = 16$ b) $2^x = 7$ c) $10^x = \frac{1}{2}$

d) $a^x = 7$ e) $2^x = b$ f) $z^x = y$