Aufgabe 374 Beweisen Sie mit der Definition des Logarithmus, dass $\log_b(b^x) = x$ und $b^{\log_b(x)} = x$.

✎

Aufgabe 375 Berechnen Sie von Hand mit der Idee $\log_b(b^a) = a$.

a) $\log_2(32)$
b) $\log_3\left(\frac{1}{81}\right)$
c) $\log_5(\sqrt{5})$
d) $\log_9(27)$
e) $\log_2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{16}}\right)$
f) $\log_7(1)$

Aufgabe 376 Berechnen Sie von Hand mit der Idee $b^{\log_b(c)} = c$.

a) $3^{\log_3(7)}$
b) $9^{\log_3(\sqrt{5})}$
c) $2^{-\log_8(125)}$

Aufgabe 377 Zeichnen Sie die Graphen folgender Funktionen.

a) $a(x) = \log_2(x)$
b) $b(x) = \log_{10}(x)$
c) $c(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$
d) $d(x) = \log_{\frac{1}{10}}(x)$

19.3 Logarithmusgesetze

Aufgabe 378 Richtig oder falsch? Finden Sie Gegenbeispiele oder gute Argumente für die Richtigkeit:

a) $\log_b(x+y) = \log_b(x) + \log_b(y)$
b) $\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) \cdot \log_b(y)$
c) $\log_b(x-y) = \log_b(x) - \log_b(y)$
d) $\log_b(\sqrt{x}) = \sqrt{\log_b(x)}$
e) $\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y)$
f) $\log_b\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{\log_b(x)}$
g) $\log_b(x^y) = (\log_b(x))^y$
h) $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$
i) $\log_{\frac{1}{b}}(x) = -\log_b(x)$
j) $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{\log_b(x)}{\log_b(y)}$

Aufgabe 379 Beweisen Sie, dass $\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y)$ (für $b, x, y \in \mathbb{R}^+$, $b \neq 1$).
Vorgehen: Schreiben Sie x und y als Potenz von b und setzen Sie ein:

✎

Aufgabe 380 Beweisen Sie, dass $\log_b(x^y) = y \cdot \log_b(x)$ (für $b, x \in \mathbb{R}^+$, $b \neq 1$, $y \in \mathbb{R}$).
Vorgehen: Schreiben Sie x als Potenz von b und setzen Sie ein:

✎