



19.4 Repetitionsaufgaben

$$\text{Geometrische Reihe: } s_n = \sum_{i=1}^n g_i = g_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \text{Kreis: } U = 2\pi r \quad A = \pi r^2$$

✂ **Aufgabe 387** Eine Spirale wird wie folgt gezeichnet: Beim Punkt $Z_1 = (0, 0)$ wird mit dem Zirkel eingestochen und ein Viertelkreis mit Radius $r_1 = 1$ eingezeichnet, vom Punkt $(1, 0)$ zum Punkt $(0, 1)$.

Nach jedem Schritt wird der Radius um 25% erhöht und das Zentrum so verschoben, dass die Kreislinie im Gegenuhrzeigersinn sauber anschliesst. So ist z.B. im zweiten Schritt der Radius $r_2 = 1.25$ und das Zentrum $Z_2 = (0, -0.25)$ (damit der Kreisbogen beim Punkt $(0, 1)$ beginnt).

- Zeichnen Sie die ersten vier Kreisbogen mit Einheit 4 Häuschen.
- Berechnen Sie die Gesamtlänge der Spirale nach 5 Umdrehungen (d.h. nach 20 Viertelkreisen).
- * Berechnen Sie die x-Koordinate vom Zentrum des 20. Viertelkreises.

✂ Aufgabe 388

- Für gewisse bildgebende Verfahren in der Medizin wird dem Patienten ein radioaktives Kontrastmittel verabreicht. Ein gängiges Isotop ist Fluor 18, das eine Halbwertszeit von knapp zwei Stunden hat. Die Vorbereitung des Isotops als Arznei dauert rund 50 Minuten. Wie viel von der ursprünglichen Masse des Fluor 18 ist nach der Vorbereitung noch vorhanden?
- Beim Beginn einer Epidemie kann die Anzahl Erkrankter mit einer Exponentialfunktion beschrieben werden. Vorgestern wurden 23 Erkrankte gezählt, heute 42.
 - Prognostizieren Sie damit die Anzahl Erkrankter in 2 Tagen und in einer Woche.
 - Berechnen Sie die Verdoppelungszeit. Lösen Sie die Gleichung von Hand und geben Sie ein exaktes Resultat nur mit natürlichen Zahlen und Logarithmen von natürlichen Zahlen an.

✂ **Aufgabe 389** Zeichnen Sie die Graphen folgender Funktionen in ein Koordinatensystem pro Teilaufgabe. Beschreiben Sie jeweils auch, wie der Graph von $f(x)$ zu transformieren ist, um den die Graphen der anderen Funktionen zu erhalten.

- $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{x-2}$, $h(x) = \log_2(x)$
- $f(x) = 3^x$, $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $h(x) = -3^x + 2$

✂ Aufgabe 390

- Beweisen Sie, dass $\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y)$ (für $b, x, y \in \mathbb{R}^+$, $b \neq 1$). Vorgehen: Schreiben Sie x und y als Potenz von b und setzen Sie ein.
- Mit Basiswechsel und weiteren Logarithmusgesetzen zeigen Sie, dass $\log_{\frac{1}{b}}(x) = -\log_b(x)$.
- Mit Basiswechsel und weiteren Logarithmusgesetzen zeigen Sie, dass $\log_{b^2}(x) = \frac{1}{2} \log_b(x)$.
- * Sei g_n eine geometrische Reihe mit $q > 0$ und $g_1 > 0$. Zeigen Sie, dass $a_n = \log_2(g_n)$ eine arithmetische Reihe ist und bestimmen Sie die zugehörige Differenz d .

✂ **Aufgabe 391** Berechnen Sie von Hand:

- | | | |
|--------------------------------------|----------------------|--|
| a) $\log_7\left(\frac{1}{49}\right)$ | b) $\log_{16}(8)$ | c) $\log_{27}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{9}}\right)$ |
| d) $5^{\log_5(10)}$ | e) $125^{\log_5(4)}$ | f) $5^{\log_{125}(8)}$ |