



✂ Lösung zu Aufgabe 376 ex-logarithmen-von-hand2

a)  $3^{\log_3(7)} = 7$

b)  $9^{\log_3(\sqrt{5})} = (3^2)^{\log_3(\sqrt{5})} = 3^{2 \cdot \log_3(\sqrt{5})} = (3^{\log_3(\sqrt{5})})^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$

c)  $2^{-\log_8(125)} = \left(8^{\frac{1}{3}}\right)^{-\log_8(125)} = (8^{-\log_8(125)})^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{8^{\log_8(125)}}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{125}} = \frac{1}{5}$

✂ Lösung zu Aufgabe 377 ex-logarithmen-zeichnen

✂ Lösung zu Aufgabe 384 ex-logxy-und-logyx

Basiswechsel zur Basis e:

$\log_x(y) = \frac{\ln(y)}{\ln(x)}$  und  $\log_y(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(y)}$ . Damit gilt

$$\log_x(y) = \frac{1}{\log_y(x)}$$

Oder mit der **Definition des Logarithmus**:

Sei  $a = \log_x(y)$  und  $b = \log_y(x)$ . Damit gilt  $x^a = y$  und  $y^b = x$ . Potenziert man die erste Gleichung mit  $\frac{1}{a}$  erhält man  $x = y^{\frac{1}{a}}$  und damit  $y^b = y^{\frac{1}{a}}$ , also  $b = \frac{1}{a}$  und damit  $\log_x(y) = \frac{1}{\log_y(x)}$ .

✂ Lösung zu Aufgabe 385 ex-logarithmen-zerlegen

a)  $\log\left(\frac{ab}{a+b}\right) = \log(a) + \log(b) - \log(a+b)$

b)  $\log\left(\frac{\sqrt[4]{x}}{x^2-y^2}\right) = \frac{1}{4} \log(x) - \log(x+y) - \log(x-y)$

c)  $\log_a\left(\frac{a \cdot b^c}{\sqrt[n]{a}}\right) = 1 + c \log_a(b) - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n} + c \log_a(b)$

d)  $\ln\left(\frac{1}{2}\right) + \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \ln\left(\frac{999}{1000}\right) = (\ln(1) - \ln(2)) + (\ln(2) - \ln(3)) + \dots + (\ln(999) - \ln(1000)) = \ln(1) - \ln(1000) = 0 - \ln((2 \cdot 5)^3) = -3 \cdot (\ln(2) + \ln(5))$

✂ Lösung zu Aufgabe 386 ex-logarithmen-zusammenfassen

a)  $\log(b) - \log(c+d) = \log\left(\frac{b}{c+d}\right)$

b)  $2 \log(x) + 3 \log(y) - 5 \log(z) = \log(x^2) + \log(y^3) - \log(z^5) = \log\left(\frac{x^2 y^3}{z^5}\right)$

c)  $\frac{1}{3}(\log(b) + 2 \log(c)) - \frac{1}{2}(5 \log(d) + \log(f)) = \log\left(\frac{\sqrt[3]{b \cdot c^2}}{\sqrt{d^5 f}}\right)$

d)  $\ln(a+b) + 1 = \ln(a+b) + \ln(e) = \ln(e(a+b))$