e)

$$\begin{aligned} \log_2(x+4) &= \log_2(2x+2) && |2^{(\cdot)} \\ x+4 &= 2x+2 && |-x-2 \\ 2 &= 2x && |:2 \\ x &= 1 && \text{Probe: ok} \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned} \log_2(x+4) &= \log_4(x+6) && |\text{Basiswechsel} \\ \log_2(x+4) &= \frac{\log_2(x+6)}{\log_2(4)} && |2^{(\cdot)} \\ x+4 &= \left(2^{\log_2(x+6)}\right)^{\frac{1}{2}} && \\ x+4 &= \sqrt{x+6} && |(\cdot)^2 \\ x^2+8x+16 &= x+6 && |-x-6 \\ x^2+7x+10 &= 0 && \text{quadratische Gleichung} \\ x_{1,2} &= \frac{-7\pm\sqrt{49-40}}{2} = \frac{-7\pm 3}{2} && \\ x_1 &= -2 && \text{Probe: ok} \\ x_2 &= -5 && \text{Probe: Logarithmus von negativer Zahl undefiniert.} \end{aligned}$$

Einzige Lösung ist $x = -2$.

g)

$$\begin{aligned} \log_7(x-42) &= \log_7(2x-23) && |7^{(\cdot)} \\ x-42 &= 2x-23 && |-x+23 \\ -19 &= x && \text{Probe: Logarithmus von negativer Zahl. Keine Lösung} \end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned} \log_3(x)+\log_4(x) &= \log_5(x) && \text{Basiswechsel} \\ \frac{\ln(x)}{\ln(3)}+\frac{\ln(x)}{\ln(4)} &= \frac{\ln(x)}{\ln(5)} && \left|-\frac{\ln(x)}{\ln(5)}\right. \\ \ln(x)\cdot\left(\frac{1}{\ln(3)}+\frac{1}{\ln(4)}-\frac{1}{\ln(5)}\right) &= 0 && \\ \ln(x) &= 0 && |e^{(\cdot)} \\ x &= 1 && \text{Probe: ok} \end{aligned}$$