



## 19.5 Bedeutung vom Logarithmus im Alltag

Logarithmusfunktionen kommen im Alltag in verschiedensten Bereichen vor, meist aber versteckt. Im Folgenden werden die mathematischen Zusammenhänge und einige Anwendungen aufgezeigt.

### 19.5.1 Webersches Gesetz

1834 bemerkte der Physiologe Ernst Heinrich Weber, dass ein Sinnesorgan ab einem bestimmten Intensitätsbetrag eine Veränderung registriert (differentielle Wahrnehmbarkeitsschwelle; englisch: just noticeable difference = gerade noch wahrnehmbarer Unterschied), die als Unterschied  $\Delta R$  zum vorangehenden Reiz  $R$  in einem bestimmten, gleich bleibenden Verhältnis  $k$  zu diesem steht:

$$k = \frac{\Delta R}{R}$$

Beispiele:

- beim Tastsinn beträgt der erforderliche relative Unterschied  $\frac{\Delta R}{R}$  nach Webers Versuchen etwa 3 Prozent des Hautdruckes,
- beim Helligkeitssehen etwa 1 bis 2 Prozent der Lichtstärke.
- beim Geschmack muss die Konzentration um 10 bis 20 Prozent steigen, um als stärker empfunden zu werden.
- ein relativer Gewichtsunterschied von ungefähr 2% eines in der ruhenden Hand gehaltenen Gegenstands wird erkannt. So nimmt man die Gewichtszunahme eines Gegenstands von zunächst 50 g (Gramm) erst wahr, wenn das Gewicht um 1 g auf 51 g angewachsen ist. Entsprechend muss 5000 g Gewicht um 100 g anwachsen, um schwerer zu wirken.

Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Weber-Fechner-Gesetz>, abgerufen am 23. Januar 2018

### 19.5.2 Lichtintensität

LEDs können sehr schnell ein- und ausgeschaltet werden. Im folgenden Experiment wird eine LED pro Sekunde 1000 mal ein- und ausgeschaltet. Die Zeit, während der die LED pro Zyklus eingeschaltet ist, kann variiert werden und zwar linear in  $2^{16} = 65536$  Stufen. Man spricht vom «duty cycle» (Tastgrad), der meist in % angegeben wird.

- An einem Drehrad kann der duty cycle proportional zum Winkel eingestellt werden. Was stellen Sie fest? Erklärung?
- Die LED wechselt alle 0.5 s den Duty cycle. Wie gross muss der Unterschied der beiden duty cycles sein, damit der Unterschied wahrnehmbar ist?
- Zwei LEDs werden auf unterschiedliche duty cycles  $d_1$  und  $d_2$  gestellt. Regeln Sie die dritte LED so, dass die Helligkeit der dritten LED genau dazwischen liegt. Wie gross müsste der duty cycle nach dem Weberschen Gesetz sein (also Formel aus  $d_1$  und  $d_2$ )?



Wird die Leistung (Energie pro Zeit) mehrmals mit der gleichen Zahl multipliziert (prozentualer Anstieg), nehmen wir das als gleichmässigen (additiven) Anstieg der Helligkeit wahr. Aus der Multiplikation der Leistung wird eine Addition in der Wahrnehmung.

Was wir wahrnehmen, ist also nicht direkt die abgestrahlte Leistung, sondern der Logarithmus davon. Was ist der Logarithmus vom geometrischen Mittel?

$$\log(\sqrt{ab}) =$$