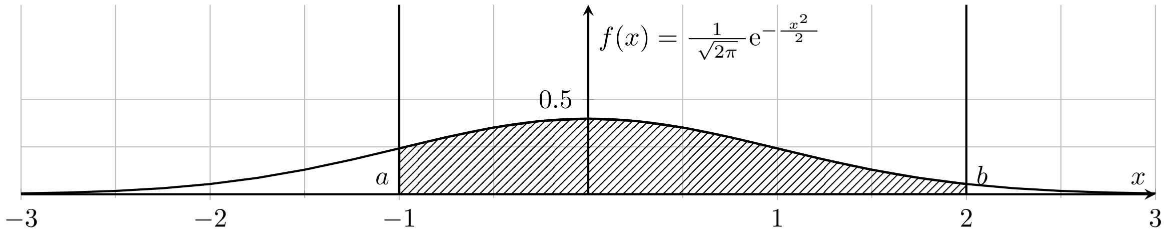
Wir können sämtliche Funktionen ableiten, die als Funktionsterm gegeben sind. Das Integrieren ist bedeutend schwieriger und es gibt keinen (einfachen) Satz von Regeln, um eine Stammfunktion zu finden. Es gibt auch Funktionen, deren Stammfunktionen nicht als Funktionsterm mit den gebräuchlichen Funktionen und Rechenoperationen geschrieben werden können. Das prominenteste Beispiel ist wohl $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$, die «Glockenkurve», die «Dichtefunktion» der «Normalverteilung». Das Integral $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ ergibt die Wahrscheinlichkeit, dass eine normalverteilte Zufallsvariable einen Wert zwischen a und b annimmt.



Es gilt $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\,\mathrm{d}x =$

Merke Integrale mit dem TR

«Menu 4 3»
Es können sowohl bestimmte wie auch unbestimmte Integrale berechnet werden, je nachdem ob man die Grenzen einträgt oder nicht.

25.2 Physikalische Anwendungen

Aufgabe 496 In dieser Aufgabe wollen wir die Physik-Formeln für die gleichmässig beschleunigte Bewegung herleiten. Wir haben die Funktionen $s(t)$ (Position), $v(t)$ (Geschwindigkeit) und $a(t) = a$ die konstante Beschleunigung. Es gilt $a(t) = v'(t)$ und $v(t) = s'(t)$. Bestimmen Sie damit $v(t)$ und $s(t)$ und beschreiben Sie die physikalische Bedeutung der Integrationskonstanten.

Aufgabe 497 Beschleunigung von Motorfahrzeugen:

1. Ein Sportwagen beschleunigt in 3 s gleichmässig von $v = 0$ [m/s] auf $v = 24$ [m/s]. Welche Wegstrecke legt er währenddessen zurück?
2. Vergleichen Sie diese Daten mit einem aktuellen Elektrosportwagen, z.B. einem Tesla.
3. Erstellen Sie eine Tabelle, in der Sie die Strecke berechnen, welche drei Fahrzeuge Ihrer Wahl benötigen, um auf 100 km/h zu beschleunigen.

Aufgabe 498 Ein Massepunkt mit der Masse m ist an einer idealen, linearen Feder befestigt, d.h. einer Feder mit Federkonstante k, deren Kraft F proportional zur Auslenkung s ist, d.h. $F(s) = -k \cdot s$. Warum das negative Vorzeichen?

Ziel ist es, eine Funktion $s(t)$ zu bestimmen, die die Position des Punktes zu jedem Zeitpunkt beschreibt.

Für die Beschleunigung des Punktes gilt: $F(t) = m \cdot a(t)$, wobei $F(t) = -k \cdot s(t)$. Weiter gilt $a(t) = s''(t)$. Wir suchen also eine Funktion für die gilt:

$$-k \cdot s(t) = m \cdot s''(t).$$

a) Finden Sie eine Funktion, für die $s''(t) = -s(t)$ gilt.

b) Finden Sie eine Funktion, für die $s''(t) = -c^2 \cdot s(t)$ gilt, mit $c \in \mathbb{R}^+$. Welche physikalische Interpretation hat c?

c) Finden Sie eine Funktion, für die gilt $-k \cdot s(t) = m \cdot s''(t)$. Interpretieren Sie den Einfluss der Grössen k und m auf die Lösung.