b) Erst werden die Schnittpunkte der Graphen mit folgender Gleichung bestimmt: $f(x) = g(x)$, bzw. $g(x) - f(x) = 0$.
$g(x) - f(x) = -2x^2 - x + 1 - \left(-4x^2 + 3x + 31\right) = -2x^2 + 4x + 30 = 0$
$-2\cdot\left(x^2 - 2x - 15\right) = 0$, also $-2\cdot(x+3)(x-5) = 0$, also $x = -3$ oder $x = 5$. (Man sucht zwei Zahlen mit Produkt -15 und Summe -2).
Damit die Fläche zwischen den Nullstellen positiv ist, muss der Öffnungsfaktor (Koeffizient von x^2) von $g(x) - f(x)$ negativ sein, was hier der Fall ist.
Die Fläche zwischen $f(x)$ und $g(x)$ ist $\displaystyle\int_{-3}^{5} -2\cdot(g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x = -2\cdot\int_{-3}^{5}\left(x^2 - 2x - 15\right)\mathrm{d}x =$
$-2\cdot\left(\frac13 x^3 - x^2 - 15x\right)\Big|_{-3}^{5} = -2\cdot\left(\left(\frac13\cdot 125 - \cdot25 - 15\cdot5\right) - \left(\frac13\cdot(-27) - \cdot9 - 15\cdot(-3)\right)\right) =$
$-2\cdot\left(\left(\frac{125}{3} - 25 - 75\right) - (-9 - 9 + 45)\right) = -2\cdot\left(\left(\frac{125}{3} - \frac{75}{3} - \frac{225}{3}\right) - (-9 - 9 + 45)\right) = -2\cdot\left(-\frac{175}{3} - 27\right) =$
$-2\cdot -\frac{256}{3} = \frac{512}{3}$

c) Erst werden die Schnittpunkte der Graphen mit folgender Gleichung bestimmt: $f(x) = g(x)$, bzw. $g(x) - f(x) = 0$.
$g(x) - f(x) = -x^2 - x + 1 - \left(-4x^2 + 2x + 19\right) = -3x^2 + 3x + 18 = 0$
$-3\cdot\left(x^2 - x - 6\right) = 0$, also $-3\cdot(x+2)(x-3) = 0$, also $x = -2$ oder $x = 3$. (Man sucht zwei Zahlen mit Produkt -6 und Summe -1).
Damit die Fläche zwischen den Nullstellen positiv ist, muss der Öffnungsfaktor (Koeffizient von x^2) von $g(x) - f(x)$ negativ sein, was hier der Fall ist.
Die Fläche zwischen $f(x)$ und $g(x)$ ist $\displaystyle\int_{-2}^{3} -3\cdot(g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x = -3\cdot\int_{-2}^{3}\left(x^2 - x - 6\right)\mathrm{d}x =$
$-3\cdot\left(\frac13 x^3 - \frac12 x^2 - 6x\right)\Big|_{-2}^{3} = -3\cdot\left(\left(\frac13\cdot27 - \frac12\cdot9 - 6\cdot3\right) - \left(\frac13\cdot(-8) - \frac12\cdot4 - 6\cdot(-2)\right)\right) =$
$-3\cdot\left(\left(9 - \frac92 - 18\right) - \left(-\frac83 - 2 + 12\right)\right) = -3\cdot\left(\left(\frac{18}{2} - \frac92 - \frac{36}{2}\right) - \left(-\frac83 - \frac63 + \frac{36}{3}\right)\right) = -3\cdot\left(-\frac{27}{2} - \frac{22}{3}\right) =$
$-3\cdot -\frac{125}{6} = \frac{125}{2}$

d) Erst werden die Schnittpunkte der Graphen mit folgender Gleichung bestimmt: $f(x) = g(x)$, bzw. $g(x) - f(x) = 0$.
$g(x) - f(x) = 2x^2 - 2x + 1 - \left(-x^2 - 5x + 7\right) = -3x^2 - 3x + 6 = 0$
$-3\cdot\left(x^2 + x - 2\right) = 0$, also $-3\cdot(x+2)(x-1) = 0$, also $x = -2$ oder $x = 1$. (Man sucht zwei Zahlen mit Produkt -2 und Summe 1).
Damit die Fläche zwischen den Nullstellen positiv ist, muss der Öffnungsfaktor (Koeffizient von x^2) von $g(x) - f(x)$ negativ sein, was hier der Fall ist.
Die Fläche zwischen $f(x)$ und $g(x)$ ist $\displaystyle\int_{-2}^{1} -3\cdot(g(x) - f(x))\,\mathrm{d}x = -3\cdot\int_{-2}^{1}\left(x^2 + x - 2\right)\mathrm{d}x =$
$-3\cdot\left(\frac13 x^3 + \frac12 x^2 - 2x\right)\Big|_{-2}^{1} = -3\cdot\left(\left(\frac13 + \frac12 - 2\right) - \left(\frac13\cdot(-8) + \frac12\cdot4 - 2\cdot(-2)\right)\right) =$
$-3\cdot\left(\left(\frac13 + \frac12 - 2\right) - \left(-\frac83 + 2 + 4\right)\right) = -3\cdot\left(\left(\frac26 + \frac36 - \frac{12}{6}\right) - \left(-\frac83 + \frac63 + \frac{12}{3}\right)\right) = -3\cdot\left(-\frac76 - \frac{10}{3}\right) =$
$-3\cdot -\frac92 = \frac{27}{2}$

Lösung zu Aufgabe 508 ex-herzflaeche

$$2\cdot\int_0^2 (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x = 2\cdot\int_0^2\left(\sqrt{1-(1-x)^2} + 3\sqrt{1-\sqrt{\frac{x}{2}}}\right)\mathrm{d}x = \pi + \frac{32}{5} \approx 4.771$$

Wobei π der Fläche der beiden Halbkreise über der x-Achse entspricht und $\frac{32}{5}$ der Fläche unter der x-Achse.

Lösung zu Aufgabe 509 ex-vase

Man erhält folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
f(0) &= 1 & d &= 1\\
f(6) &= 2 & 216a + 36b + 6c + d &= 2\\
f'(0) &= 1 & c &= 1\\
f'(6) &= 1 & 108a + 12b + c &= 1.
\end{aligned}$$