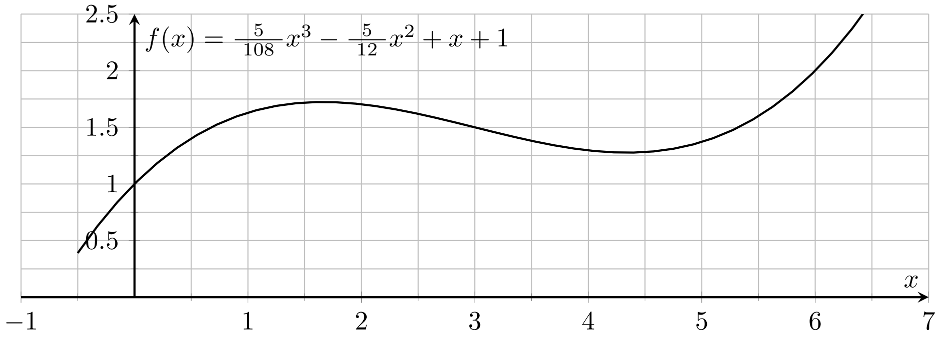
Daraus folgt $a = \frac{5}{108}$, $b = -\frac{5}{12}$, $c = 1$ und $d = 1$ und damit

$$f(x) = \frac{5}{108}x^3 - \frac{5}{12}x^2 + x + 1.$$

Hinweis: Definieren $f(x)$ im TR für die weiteren Berechnungen.



Das Volumen erhält man mit folgendem Integral:

$$\int_0^6 \pi(f(x))^2\,\mathrm{d}x = \int_0^6 \pi\left(\frac{5}{108}x^3 - \frac{5}{12}x^2 + x + 1\right)^2 \mathrm{d}x = \pi \cdot \frac{96}{7} \approx 43.08$$

Plausibilitäts-Check: Ein Zylinder mit Radius 1.5 und Höhe 6 hat ein Volumen von $\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 6 \approx 42.41$.
Die Oberfläche erhält man mit folgendem Integral:

$$\int_0^6 2\pi f(x)\cdot\sqrt{1+(f'(x))^2}\,\mathrm{d}x = 2\pi\int_0^6 \left(\frac{5}{108}x^3 - \frac{5}{12}x^2 + x + 1\right)\cdot\sqrt{1+\left(\frac{5}{36}x^2 - \frac{5}{6}x + 1\right)^2}\,\mathrm{d}x \approx 60.79$$

Plausibilitäts-Check: Ein Zylinder mit Radius 1.5 und Höhe 6 hat eine Mantelfläche von $2\pi\cdot\frac{3}{2}\cdot 6 = 18\pi \approx 56.54$.

Lösung zu Aufgabe 510 ex-repe-stammfunktionen-bestimmen

a) $\displaystyle\int x\cdot\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^3}\right)\mathrm{d}x = \int\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x = \ln(x) - x^{-1} + C = \ln(x) - \frac{1}{x} + C$

b) $\displaystyle\int \big(2x\cdot\sin(x) + x^2\cdot\cos(x)\big)\,\mathrm{d}x = x^2\cdot\sin(x) + C$ (Hat die Form $f'g + fg'$).

c) $\displaystyle\int \sqrt{x}\,\mathrm{d}x = \int x^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}\cdot x^{\frac{3}{2}} + C$

d) $\displaystyle\int (1+x)^2\,\mathrm{d}x = \int \big(1+2x+x^2\big)\,\mathrm{d}x = x + x^2 + \frac{1}{3}x^3 + C$

Lösung zu Aufgabe 511 ex-repe-bestimmte-integrale

a) $\displaystyle\int_{-2}^{3}\left(-\frac{1}{3}x^2 + 3x - \frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x = \left(-\frac{1}{9}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x\right)\Big|_{-2}^{3} = \left(-3 + \frac{27}{2} - \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{8}{9} + 6 + 1\right) = 9 - \frac{71}{9} = \frac{10}{9}$

b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{2}\sin(x) - \frac{1}{3}\cos(x)\right)\mathrm{d}x = \left(-\frac{1}{2}\cos(x) - \frac{1}{3}\sin(x)\right)\Big|_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} = \left(0 - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{2} - 0\right) = -\frac{5}{6}$

c) $\displaystyle\int_{-\ln(3)}^{\ln(5)} \sqrt{2}\cdot\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \sqrt{2}\cdot(\mathrm{e}^x)\Big|_{-\ln(3)}^{\ln(5)} = \sqrt{2}\cdot\left(\mathrm{e}^{\ln(5)} - \mathrm{e}^{-\ln(3)}\right) = \sqrt{2}\cdot\left(5 - \left(\mathrm{e}^{\ln(3)}\right)^{-1}\right) = \sqrt{2}\cdot\left(5 - \frac{1}{3}\right) = \frac{14}{3}\sqrt{2}$