

## Grande question 1

Soit la fonction  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$ .

Déterminer le maximum local de  $f(x)$ .

## Petite question 1

Expliquer pourquoi  $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ .

## Grande question 2

Calculer l'angle entre les deux vecteurs

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

## Petite question 2

Quelle est la probabilité que dans une classe de 21 personnes on y trouve deux personnes ayant la même date d'anniversaire? On suppose que les probabilités pour chaque date soient égales.

## Grande question 3

Un jeu de Poker contient 52 cartes. Pour chaque couleur (pique, coeur, caro et trèfle) on a 13 cartes, à savoir 2 à 10, valet, dame, roi et as.

On tire 5 cartes au hasard.

- Calculer la probabilité que l'as de coeur se trouve parmi ces 5 cartes.
- Calculer la probabilité qu'au moins un as se trouve parmi ces 5 cartes.

## Petite question 3

Calculer l'angle d'intersection entre les deux paraboles formées par les graphes des fonctions  $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2$  et  $g(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$ .

## Grande question 4

Calculer l'intégrale

$$\int_1^{\sqrt[3]{e}} \left( x^2 + \frac{1}{x} \right) dx$$

## Petite question 4

Soit la suite de nombres suivante :

4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ...

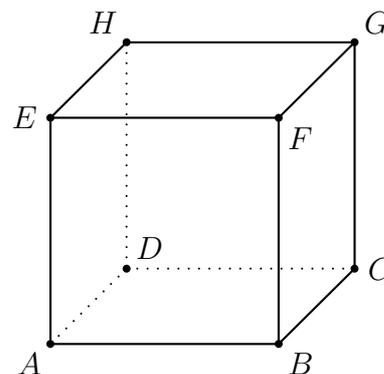
Qu'est-ce que c'est comme suite? Calculer le 12<sup>ème</sup> élément.

Donner une formule pour calculer directement le  $n$ -ième élément.

## Grande question 5

D'un cube  $ABCDEFGH$  on connaît les coordonnées des points  $A(-1, -3, 1)$ ,  $B(1, -1, 2)$  et  $G(2, 0, -2)$ .

Calculer les coordonnées des autres points.



## Petite question 5

Soit la suite  $9, 6, 4, \frac{8}{3}, \dots$ .

Qu'est-ce que c'est comme suite? Quel sera le 10<sup>ème</sup> élément?

Comment calculer directement le  $n$ -ième élément?

## Grande question 6

Au roulette il y a les numéros 0 à 36. Une personne joue 100 fois au roulette et elle mise toujours sur le numéro 13.

Calculer la probabilité que la personne gagne exactement 3 fois.

## Petite question 6

On donne  $x = \sin(166^\circ) \approx 0.241922$ .

a) À l'aide de  $x$  calculer  $\cos(166^\circ)$  et  $\tan(166^\circ)$ .

b) À l'aide de  $x$  calculer  $\sin(28^\circ)$ .

## Grande question 7

Soient les points  $A = (1, 2, 1)$ ,  $B = (3, 2, 2)$  et  $C = (1, 0, 1)$ .

a) Montrer que le triangle  $ABC$  a un angle de  $90^\circ$  au point  $A$ .

b) Quelle est l'équation du plan passant par les trois points  $A, B, C$ ?

## Petite question 7

Resoudre l'équation  $5^x = 15$ .

## Grande question 8

Une parabole passe par l'origine et touche la droite donnée par le graphe de  $g(x) = \frac{1}{4} + x$  au point  $P = (\frac{1}{2}, ?)$

a) Déterminer l'équation de cette parabole.

b) Calculer la surface enfermée par l'axe de  $y$ , la droite et la parabole.

## Petite question 8

a) Si on lance un dès pour déterminer une note, quelle est la probabilité d'avoir une note suffisante?

b) Étant gentil, on lance deux dès et on prend comme note le plus grand nombre des deux. Quelle est la probabilité de faire 6?

## Grande question 9

Vous êtes responsable de la production et vente d'un type de fromage. À vous de déterminer la date de consommation sur vos fromages.

Une centaine de tests sur ces fromages a montré qu'en moyenne un fromage reste consommable pendant 20 jours. L'écart-type pour cette durée pour un fromage est de 3 jours.

Quelle date de consommation marquez-vous sur vos fromages? À combien de réclamations attendez-vous?

## Petite question 9

Esquisser le graphe de  $f(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{x}$  (d'abord sans calculer les dérivées).

## Grande question 10

Expliquer les termes "colinéaire" et "coplanaire".

## Petite question 10

On lance une pièce de monnaie 100 fois et on observe 60 fois pile et 40 fois face. Est-ce que l'on peut dire que la pièce est déséquilibrée?

## Grande question 11

Dans une demie-sphère de rayon 1 on aimerait placer un cylindre de volume maximal. Calculer le rayon et la hauteur du cylindre.

## Petite question 11

Comment calculer la distance d'un point  $P$  à une droite  $g$  dans l'espace?

# Grande question 1

Soit la fonction  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$ .

Déterminer le maximum local de  $f(x)$ .

## Corrigé 1

$$f'(x) = 3x^2 + 3x - 6$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2, 1\}$$

$f''(x) = 6x + 3$  et  $f''(-2) = -9$  et  $f''(1) = 9$ . Donc pour  $x = -2$  on a un maximum local avec  $f(-2) = 8$ .

**Question :** Pourquoi  $f''(x) < 0$  pour un maximum ?

**Indication (si nec.)** Dessiner les possibilités pour  $f'(x)$  au point max.

**Question :** Que faire si  $f''(x) = 0$  également ? Exemples ?

**Pour cuisiner :** Problème pour point d'inflexion.  $f''(0) = 0$  n'est pas suffisant, comme le montre  $f(x) = x^4$ . Que faire ?

## Petite question 1

Expliquer pourquoi  $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ .

## Corrigé 1

Loi de puissance  $(a^n)^m = a^{nm}$

**Question :** Prouver cette loi pour  $n, m \in \mathbb{N}$ .

**Question :** Dérivée de  $f(x) = a^x$  ?

## Grande question 2

Calculer l'angle entre les deux vecteurs

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|} = \frac{3}{\sqrt{2} \cdot 3} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos(\alpha)$$

Et alors  $\alpha = 45^\circ$ .

**Question :** Prouver que  $\cos(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Indication :** Circle unité.

**Question :** Autres application du produit scalaire en géométrie vectorielle?

(Déf d'un plan, projection d'un vecteur, réflexion d'un vecteur. → Esquisse!)

## Petite question 2

Quelle est la probabilité que dans une classe de 21 personnes on y trouve deux personnes ayant la même date d'anniversaire? On suppose que les probabilités pour chaque date soient égales.

**Indication :** Considerer une urne avec 365 boules. On y tire succesivement une boule et on la remet.

**Indication :** Dessiner l'arbre pour les événements de tirer chaque fois une boule différente.

$$1 - \frac{365!}{365^n (365-21)!}$$

**Cuisine light :** Combien de fois en moyenne faut-il lancer un dès jusqu'à ce que un six apparait ?

$$\sum_{i=1}^{\infty} i \left(\frac{5}{6}\right)^{i-1} \frac{1}{6} = 6$$

**Cuisine heavy :** Combien de fois en moyenne faut-il lancer un dès jusqu'à ce que tous les nombres ont apparu au moins une fois ?

$E_n$  nombre moyen de fois si  $n$  nombres manquent.

$E_0 = 0$ , et

$$E_n = \frac{n}{6}(E_{n-1}) + \frac{6-n}{6}(E_n) + 1 \text{ d'où}$$

$$E_n = \frac{6}{n} \left(\frac{n}{6} E_{n-1} + 1\right) = E_{n-1} + \frac{6}{n} \text{ d'où}$$

$$E_6 = \sum_{n=1}^6 \frac{6}{n} = 14.7$$

## Grande question 3

Un jeu de Poker contient 52 cartes. Pour chaque couleur (pique, coeur, carreau et trèfle) on a 13 cartes, à savoir 2 à 10, valet, dame, roi et as.

On tire 5 cartes au hasard.

a) Calculer la probabilité que l'as de coeur se trouve parmi ces 5 cartes.

b) Calculer la probabilité qu'au moins un as se trouve parmi ces 5 cartes.

$$a) \frac{\binom{51}{4}}{\binom{52}{5}} = 5 \cdot \frac{1 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48} = \frac{5}{52}$$

$$b) 1 - \frac{\binom{48}{5}}{\binom{52}{5}} = 1 - \frac{48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}$$

**Question :** Probabilité d'avoir un "Flush" (5 cartes de la même couleur)?

$$4 \cdot \frac{\binom{13}{5}}{\binom{52}{5}} = \frac{33}{16660} \approx 0.198\%$$

ou bien

$$1 \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} \cdot \frac{10}{49} \cdot \frac{9}{48}$$

**Question :** Probabilité d'avoir une suite (5 cartes de valeur consécutive)?

**Indication :** Nombre de possibilités pour la plus petite carte :  $9 \cdot 4$ .

**Indication :** Nombre de possibilités pour les cartes suivantes :  $4^4 \cdot \frac{36 \cdot 4^4}{\binom{52}{5}} \approx 0.325\%$

## Petite question 3

Calculer l'angle d'intersection entre les deux paraboles formées par les graphes des fonctions  $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2$  et  $g(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$ .

$f'(x) = x+1$ ,  $g'(x) = x-1$ . Intersection  $(0, \frac{1}{2})$ . Pentas  $\pm 1$ , angle  $90^\circ$ .

**Question :** Formule générale?

**Question :** Pourquoi la fonction arctan?

**Question :** Montrer que la pente est égale à la tangente de l'angle avec l'axe des  $x$ .

**Cuisiner :** Soient les fonctions

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= t \cos(t) \\ y(t) &= t \sin(t) \end{aligned} \right\} \text{ pour } t \in \mathbb{R}_0^+$$

qui donne pour chaque nombre  $t$  un point sur une courbe. Esquisser cette courbe.

Trouver les valeurs pour  $t$  pour lesquelles la courbe intersecte l'axe des  $x$ .

Calculer un angle d'intersection de cette courbe avec l'axe des  $x$ .

## Grande question 4

Calculer l'intégrale

$$\int_1^{\sqrt[3]{e}} \left(x^2 + \frac{1}{x}\right) dx$$

$$\left(\frac{1}{3}x^3 + \ln(x)\right)\Big|_1^{\sqrt[3]{e}} = \frac{1}{3}e + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 0 = \frac{e}{3} \approx 0.9060939$$

**Question :** Qu'est-ce c'est une primitive? Propriétés? Unicité?

**Question :** Applications mathématiques de l'intégrale.

**Question :** Comment expliquer la formule pour calculer le volume de rotation d'un graphe autour de l'axe des  $x$ ?

**Cuisiner :** Calculer le volume d'une sphère de rayon 1 à l'aide d'un intégrale.

## Petite question 4

Soit la suite de nombres suivante :

4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ...

Qu'est-ce que c'est comme suite? Calculer le 12<sup>ème</sup> élément.

Donner une formule pour calculer directement le  $n$ -ième élément.

$$a_{12} = 37$$

$$a_n = 1 + 3n = 4 + 3(n - 1)$$

**Question :** Comment calculer la somme des 12 premiers éléments?

$$s_{10} = 12 \cdot \frac{a_1 + a_{12}}{2} = 12 \cdot \frac{4 + 37}{2} = 6 \cdot 41 = 246$$

**Question :** Comment retrouver la formule utilisée?

**Cuisiner :** Comment calculer  $\sum_{i=1}^n i^2$ ?

**Indication :** Aligner une suite de carrés sur l'axe des  $x$ , puis sommer des lignes.

$$\begin{aligned} s_2(n) &= \sum_{i=1}^n i^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i}^n j = \sum_{i=1}^n (n - i + 1) \frac{i + n}{2} = \sum_{i=1}^n \frac{n^2 + n - i^2 + i}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \left( n^3 + n^2 - s_2(n) + \frac{n(n+1)}{2} \right) \end{aligned}$$

alors

$$s_2(n) = \frac{2}{3} \frac{2n^3 + 2n^2 + n^2 + n}{2} = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

## Grande question 5

D'un cube  $ABCDEFGH$  on connaît les coordonnées des points  $A(-1, -3, 1)$ ,  $B(1, -1, 2)$  et  $G(2, 0, -2)$ .

Calculer les coordonnées des autres points.

$A(-1, -3, 1)$ ,  $B(1, -1, 2)$ ,  $C(0, 1, 0)$ ,  $D(-2, -1, -1)$ ,  $E(1, -4, -1)$ ,  $F(3, -2, 0)$ ,  $G(2, 0, -2)$ .  $H(0, -2, -3)$ .

$$\vec{a} = \vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \vec{BG} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Selon l'orientation des points données on calcule le point  $F$  ou  $C$  :

$$\vec{OC} = \vec{OM}_{BG} + \frac{1}{2} 3\sqrt{2} \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|} = \vec{OM}_{BG} + \frac{3\sqrt{2}}{2 \cdot 9\sqrt{2}} \vec{n} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ -0.5 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -9 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

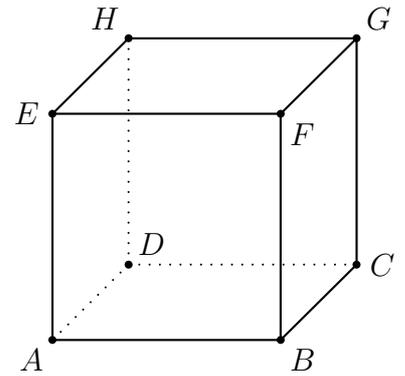
**Question :** Quel doit être l'angle  $ABG$ ? Quelle est la relation entre la longueur entre  $\vec{AB}$  et  $\vec{BG}$ ? Que veut dire cela pour la norme du produit vectorielle  $\vec{AB} \times \vec{BG}$ ?

**Question :** Volume du cube?

**Question :** Applications pour le produit vectorielle?

Vecteur normale, test de colinéarité.

**Cuisiner :** Comment procéder, si on donne les points  $A$ ,  $C$  et  $F$ ?



## Petite question 5

Soit la suite  $9, 6, 4, \frac{8}{3}, \dots$

Qu'est-ce que c'est comme suite? Quel sera le 10<sup>ème</sup> élément? Comment calculer directement le  $n$ -ième élément?

$$a_{10} = \frac{2^9}{3^7}$$

$$a_n = \frac{27}{2} \frac{2^n}{3^n} = \frac{2^{n-1}}{3^{n-3}}$$

**Question :** Calculer la somme de 10 premiers éléments et donner la formule pour calculer la somme de  $n$  premiers éléments.

$$s_{10} = 9 \frac{1 - (\frac{2}{3})^{10}}{1 - \frac{2}{3}}$$

**Question :** Que se passe-t-il quand on somme de plus en plus d'éléments? Limite?

**Question :** Comment expliquer la formule pour la somme partielle?

**Cuisine :** On aimerait calculer  $\sum_{i=1}^n iq^{i-1}$ . Pour ceci on considère  $f(q) = \sum_{i=1}^n iq^{i-1}$ . (Puis la primitive).

## Grande question 6

Au roulette il y a les numéros 0 à 36. Une personne joue 100 fois au roulette et elle mise toujours sur le numéro 13.

Calculer la probabilité que la personne gagne exactement 3 fois.

Loi binomiale  $X \sim \text{Bin}(100, \frac{1}{37})$ . Justifier!

$$P(X = 3) = \binom{100}{3} \left(\frac{1}{37}\right)^3 \left(\frac{36}{37}\right)^{97} \approx 22.38\%$$

**Question** : Combien de fois va-t-elle gagner en moyenne ?

$$E(X) = np = \frac{100}{37} \approx 2.703$$

**Question** : La personne mise chaque fois 20.-. Sur un jeu, quelle est son gain (ou sa perte) attendu en moyenne ? A savoir si on devine juste, on reçoit 36 fois la mise.

$$-20\frac{36}{37} + 700\frac{1}{37} = \frac{-20}{37} \approx -0.54$$

**Question** : Que se passe-t-il avec la perte moyenne attendue si on joue  $n$  jeux ?

**Info** : L'écart-type du gain lors d'un jeu, si l'on mise 20.- et de  $\approx 117$ .-. Si l'on joue  $n$  fois, l'écart-type de la perte moyenne attendue est de  $\approx 117\sqrt{n}$ .

**Question** : Combien de fois faut-il alors jouer pour que le casino est sûr de gagner de l'argent avec une probabilité d'environ 97.5% ?

$$n0.54 = 2 \cdot 117\sqrt{n}$$

Solution  $\approx 500000$ .

## Petite question 6

On donne  $x = \sin(166^\circ) \approx 0.241922$ .

a) À l'aide de  $x$  calculer  $\cos(166^\circ)$  et  $\tan(166^\circ)$ .

b) À l'aide de  $x$  calculer  $\sin(28^\circ)$ .

Dessin circle unité :  $\cos(166^\circ) < 0$ . Donc  $\cos(166^\circ) = -\sqrt{1-x^2}$  et  $\tan(166^\circ) = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ .

$$\sin(166^\circ) = \sin(14^\circ) \text{ et } \sin(28^\circ) = \sin(2 \cdot 14^\circ) = 2 \sin(14^\circ) \cos(14^\circ) = 2x\sqrt{1-x^2}$$

**Cuisiner** : Comment retrouver le théorème d'addition  $\sin(\alpha + \beta)$  ?

## Grande question 7

Soient les points  $A = (1, 2, 1)$ ,  $B = (3, 2, 2)$  et  $C = (1, 0, 1)$ .

a) Montrer que le triangle  $ABC$  a un angle de  $90^\circ$  au point  $A$ .

b) Quelle est l'équation du plan passant par les trois points  $A, B, C$  ?

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0.$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}. \text{ Alors p. ex } \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}. \text{ Coefficient } d : -\vec{n} \cdot \vec{OA} = 1. \text{ Équation : } \\ x - 2z + 1 = 0$$

**Question :** Vérification du résultat du produit vectoriel.

(norme connue, à cause de l'angle droit, vérification de l'orthogonalité).

**Question :** Position du plan spécial dans l'espace ? (parallèle  $y$ ).

**Question :** Volume du tétraèdre  $OABC$  ?

Hauteur  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ , Base =  $\frac{1}{2} \|\vec{AB} \times \vec{AC}\| = \|\vec{n}\| = \sqrt{5}$ . Volume =  $\frac{1}{3}$ .

## Petite question 7

Resoudre l'équation  $5^x = 15$ .

$$x = \frac{\ln(15)}{\ln(5)} = \log_5(15).$$

**Question :** Comment calculer la solution si on a une calculatrice qui ne connaît que  $\log_{10}$  ?

**Question :** Formule de changement de base ? La démontrer !

**Indication :** Partir de  $x = \log_a(b)$ . Définition du logarithme ?

**Question :** Esquisser le graphe de  $f(x) = \log_2(x)$ .

**Question :** Dérivée de  $f(x) = \log_2(x)$  ?

## Grande question 8

Une parabole passe par l'origine et touche la droite donnée par le graphe de  $g(x) = \frac{1}{4} + x$  au point  $P = (\frac{1}{2}, ?)$

a) Déterminer l'équation de cette parabole.

b) Calculer la surface enfermée par l'axe de  $y$ , la droite et la parabole.

$$f(x) = -x^2 + 2x$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (\frac{1}{4} + x - (-x^2 + 2x)) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} (x^2 - x + \frac{1}{4}) dx = (\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x) \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{24} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{24}$$

**Question :** Montrer en utilisant la définition de la dérivée que  $(x^2)' = 2x$ .

**Question :**  $(f(x) \cdot g(x))' = ?$

**Question :**  $(f(g(x)))' = ?$

**Cuisiner :** Utilisant la définition, montrer la règle du produit.

## Petite question 8

a) Si on lance un dès pour déterminer une note, quelle est la probabilité d'avoir une note suffisante ?

b) Étant gentil, on lance deux dès et on prend comme note le plus grand nombre des deux. Quelle est la probabilité de faire 6 ?

a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{1}{6} + \frac{5}{36}$ .

**Question :** Quelle est la note moyenne dans ces cas ?

$$3.5 \text{ et } \sum_{i=1}^6 i(\frac{i}{36} + \frac{i-1}{36}) = \frac{161}{36} = 4.47\bar{2}$$

**Question :** Le "jeu" suivant : Je lance un dès. Soit vous acceptez cette note et le jeu est terminé. Soit vous refusez et je relance le dès pour déterminer votre note.

Déterminer une stratégie (peu importe). Probabilité d'une note suffisante ?

**Question :** Espérance de votre stratégie ?

$$\text{Garder 4 ou plus : } (4 + 5 + 6)(\frac{1}{6} + \frac{3}{36}) + (1 + 2 + 3) \cdot \frac{3}{36} = 4.25.$$

$$\text{Garder 5 ou plus : } (5 + 6)(\frac{1}{6} + \frac{4}{36}) + (1 + 2 + 3 + 4) \cdot \frac{4}{36} = 4.1\bar{6}.$$

$$\text{Garder 3 ou plus : } 4.1\bar{6}.$$

## Grande question 9

Vous êtes responsable de la production et vente d'un type de fromage. À vous de déterminer la date de consommation sur vos fromages.

Une centaine de tests sur ces fromages a montré qu'en moyenne un fromage reste consommable pendant 20 jours. L'écart-type pour cette durée pour un fromage est de 3 jours.

Quelle date de consommation marquez-vous sur vos fromages? À combien de réclamations attendez-vous?

Si l'on met 14 jours, on s'attend à ce que 2.5% des fromages se gâtent avant. Si l'on met 17 jours, env 16%.

**Question :** Comment obtenir la date pour une sécurité de 99%?

**Cuisiner :** Selon les produits, la vraie distribution est peut-être très différente de la loi normale. Que faire pour quand-même bien estimer une date avec une sécurité donnée?

## Petite question 9

Esquisser le graphe de  $f(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{x}$  (d'abord sans calculer les dérivées).

Zéros 1 et 3, pôle en 0. Asymptote  $y = x - 4$ .

**Question :** Discuter  $f(x)$ .

$$f(x) = x - 4 + \frac{3}{x}, f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2}, f''(x) = \frac{6}{x^3}.$$

Min/Max en  $\pm\sqrt{3}$ .

Pas de pt. d'inflexion.

**Cuisiner :** Rapport entre le nombre de points extrêmes et le nombre de points d'inflexion? (Continue/discontinue : Continue :  $\#\text{infl}+1 \geq \#\text{ext}$ ).

## Grande question 10

Expliquer les termes “colinéaire” et “coplanaire”.

**Question :** Comment vérifier facilement si deux vecteurs sont colinéaires? (Déf prod. scalaire).

**Question :** Comment vérifier si trois vecteurs sont coplanaires? (Produit mixte).

**Cuisine :** Soient deux points  $A$  et  $B$  de sorte que  $M_{AB} = O$  soit l'origine. Où se trouvent tous les points  $P$  de sorte que le triangle  $ABP$  soit rectangle avec l'angle droit en  $P$ ?

$$(x - a)(x + a) = 0 \text{ donc } x^2 = a^2.$$

## Petite question 10

On lance une pièce de monnaie 100 fois et on observe 60 fois pile et 40 fois face. Est-ce que l'on peut dire que la pièce est déséquilibrée?

$$\mu = 50, \sigma = \sqrt{100 \cdot \frac{1}{4}} = 5$$

Donc prob. env. 2.5% (exact 2.844%) que nombre de pile soit 60 ou plus.

On peut rejeter  $H_0$  avec un seuil d'env 2.5%.

## Grande question 11

Dans une demie-sphère de rayon 1 on aimerait placer un cylindre de volume maximal. Calculer le rayon et la hauteur du cylindre.

$$r = \sqrt{1 - h^2}, V(h) = h\pi r^2 = h(1 - h^2)\pi. V'(h) = \pi(1 - 3h^2). V'(h) = 0 \text{ fournit } h = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$V''(h) = -6\pi h < 0.$$

**Question :** Si on considère un rectangle de surface maximal dans un demi-cercle, obtient-on le même rayon et la même hauteur ?

**Question :** Que se passe-t-il si la dérivée ne s'anule pas sur l'intervalle qui nous intéresse ?

## Petite question 11

Comment calculer la distance d'un point  $P$  à une droite  $g$  dans l'espace ?

Variante 1 :  $\|\vec{PG} \times \vec{v}\| / \|\vec{v}\|$ .

Variante 2 : Chercher  $F \in g$  de sorte que  $\vec{PF} \cdot \vec{v} = 0$ .

Variante 3 : Chercher  $F \in g$  avec  $\overline{PF}$  minimale.

**Question :** Distance entre deux droite dans l'espace ?

Produit mixte (hauteur du parallélépipède) ou bien distance d'un point  $H$  du plan par  $g$  parallèle à  $h$ .

**Cuisine :** Déterminer le plan passant par une droite donnée de sorte que le plan soit tangente à une sphère donnée.