Verstehen und Begründen

Ziel ist es, folgende Ausdrücke und Gleichungen mathematisch korrekt und für einen 1.-Klässer der KSBG verständlich zu erklären und zu begründen.
Gehen Sie folgende Antworten durch. Welche sind schlicht falsch? Welche unvollständig? Formulieren Sie danach für jede Aufgaben nochmals eine eigene Version.

Aufgabe 1 $\log_2(\sqrt{2})$

- $\log_2(\sqrt{2}) = 1$ (hebt sich auf).

- Gesucht ist der Exponent. Wenn man diesen einsetzt, soll $\sqrt{2}$ herauskommen. Dabei verwenden wir den $\log(\cdot)$.

- $\log_2(\sqrt{2}) = 2^? = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$. Der Logarithmus ist die Umkehrfunktion einer Potenz.

- «2 hoch was gibt Wurzel 2».

- $2^x = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

- Hier wird der Exponent gesucht (2^n), um die Lösung $\sqrt{2}$ zu erhalten. Die 2 wegen $\log_{2}$.

- Man nimmt den TR.

- $\frac{1}{2}$, die Aufgabe zeigt die Potenz der Basis 2: $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$.

- Das Resultat zeigt die Zahl, die man der Basis – die man vorhin direkt nach dem log definiert hat, hochstellt. Die Zahl in der Klammer soll dann das Resultat dieser hochgestellten Zahl sein.

- Mit dem Logarithmus einer Zahl erhält man den Exponenten, mit dem man diese Zahl epxonentieren müsste, um eine andere Zahl zu erhalten. Hier ist nun der Output der Exponent, mit dem man 2 exponenzieren müsste, um $\sqrt{2}$ zu erhalten, also 0.5.

Aufgabe 2 $\sqrt{3}$

- Man bekommt eine Zahl, wenn man diese mit sich selber multipliziert erhält man 3.

- Diese Zahl multipliziert mit sich selber ergibt die Zahl ohne Wurzel. $\rightarrow 1.73 \cdot 1.73 = 3$.

- $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{3}}$

- «Wurzel 3» ist ein *positive* Zahl, die mit sich selber multipliziert (=quadriert) 2 ergibt. Positiv deshalb, weil unter einer Wurzel nur eine positive Zahl stehen kann, denn ein *Quadrat* kann nicht negativ sein (Minus mal Minus → Plus, Plus mal Plus → Plus). (Jede Zahl, von der man die Wurzel ziehen kann, ist ein Quadrat).

- $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$.

- Wenn eine Zahl mit sich selbst multipliziert und darüber eine Wurzel tut erhalt man die Zahl, die mit sich selbst multipliziert wurde.

- $\sqrt{3} = x^2 = 3$. Das Gegenteil einer Wurzel ist $(\cdot)^2$.

- $\sqrt{3}$ ist eine *irreelle* Zahl. (Schreibt man das so?).

- Die Wurzel von 3. Es gibt irgendeine Zahl zw. 1 und 2, wenn man diese mit sich selber multipliziert gibt sie 3. Diese Zahl findet man mit der Wurzeloperation.

- Die Wurzel ist ein Faktor, der mit sich selbst multipliziert die Zahl unter der Wurzel gibt, also $\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = 3!$

Aufgabe 3 $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

- Wenn man $\sqrt[2]{2}$ ohne die Wurzel schreiben will, schaut man welche Wurzel verwendet wurde und dies Zahl kann man als Kehrwert in den Exponenten schreiben.

- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$, $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 2^1$.

- Wenn man beide Seiten quadriert, kommt auf beiden Seiten 2 heraus.

$$\begin{aligned} 2^{\frac{1}{2}} &= \sqrt{2} \\ \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^2 &= \left(\sqrt{2}\right)^2 \\ 2^{\frac{2}{2}} &= \left(\sqrt{2}\right)^2 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$$

- $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ gibt ja 2 (Folge von der Aufgabe 2). D.h. wenn man nur die $\sqrt{2}$ hat, muss das die Hälfte von $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ geben. Was somit $2^{\frac{1}{2}}$ ist.

- Wenn man etw. hochrechnet multipliziert man die unten stehende Zahl mit einer best. Anzahl von sich selbst. Nehmen wir ein anderes Beispiel: $4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4}$, $2 \times 2 = 4$, $\sqrt{4} = 2$, $4^1 = 1$, $4^2 = 8$, $4^{\frac{1}{2}} = 2$.