

**Merke** Vektor zwischen zwei Punkten

Den Vektor vom Anfangspunkt $A = (a_1, a_2, a_3)$ zum Endpunkt $B = (b_1, b_2, b_3)$ erhält man, indem man von den Koordinaten vom Endpunkt B die Koordinaten vom Anfangspunkt A subtrahiert.

Kurz: **Endpunkt minus Anfangspunkt**.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

22.3 Geraden im Raum

Eine Gerade g im Raum kann als eindimensionales Koordinatensystem aufgefasst werden. Man benötigt also einen Ursprung (Startpunkt) und einen Richtungsvektor (quasi der Einheitsvektor), der die Richtung vorgibt. Damit wird jedem Punkt von g eine reelle Zahl zugeordnet und umgekehrt. Diese Zahl wird meistens mit λ oder t notiert. Wir werden λ verwenden, da in POV-Ray die Variable t schon definiert ist.

Merke Parameterdarstellung einer Geraden

Die Ortsvektoren der Punkte einer Geraden g im Raum können wie folgt beschrieben werden:

$$\vec{OG}(\lambda) = \vec{OA} + \lambda \vec{v},$$

wobei A ein *beliebiger* Punkt auf g und \vec{v} ein *beliebiger* **Richtungsvektor** parallel zu g ist.

Für eine Gerade gibt es also unendlich viele Parameterdarstellungen.

✂ Aufgabe 440

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung (d.h. bestimmen Sie den Ortsvektor eines Startpunktes und einen Richtungsvektor) für die Gerade g durch die Punkte $A = (3, -2, 1)$ und $B = (-2, 4, 1)$.
- Was ist an der Lage der Geraden g speziell?
- Liegt der Punkt $C = (0, 1, 2)$ auf g ?
- Liegt der Punkt $D = (8, -8, 1)$ auf g ?
- Bestimmen Sie eine neue Parameterdarstellung von g so, dass der Betrag des Parameters der Distanz zwischen dem parametrisierten Punkt und dem Punkt B entspricht.
- In welchem Punkt schneidet die Gerade g die yz -Ebene? *Was ist an den Koordinaten der Punkte in der yz -Ebene speziell?*
- ★ Wo schneidet g die Kugel mit Zentrum $O = (0, 0, 0)$ und Radius 10?
Hinweis: Welche Punkte auf g haben eine Distanz von 10 vom Ursprung?

22.3.1 Japanische Marschtruppe

Dieser Abschnitt bezieht sich auf einen Ausschnitt aus einem [Video](#), das eine japanische Marschtruppe zeigt. Ziel ist es, zwei in einem Raster angeordnete Gruppen rechtwinklig so aufeinander zulaufen zu lassen, dass sich die Gruppen kollisionsfrei «durchdringen».

Dazu folgt eine Reihe von Aufgaben, um das Problem zu erfassen und zu modellieren. Die einzelnen Schritte werden jeweils mit POV-Ray animiert.