Scheitelpunkt $t_{opt} = \frac{-b}{2a} = \frac{14}{4} = 3.5$. Oder
$d'(t) = 4t - 14 = 0$ liefert ebenfalls $t_{opt} = 3.5$.
Die minimale Distanz ist also $d(3.5) = \sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
e) Lösung mit dem TI-*n*spire:

```
[0,2] → a
[5,0] → b
[2,1] → va
[-1,1] → vb
norm(b+t*vb-(a+t*va)) → d(t)        Distanzfunktion
zeros(d/dt(d(t)),t)[1] → to        Erstes Element aus Lösungsliste speichern
d(to) → mind        minimale Distanz
```

Die zeros-Funktion liefert eine Liste, hier nur mit einem Element (Minimum einer Quadratischen Funktion). Weil Listen und Vektoren nicht miteinander verrechnet werden können, wird direkt aus der Liste das erte (und hier einzige) Element extrahiert. In to (o für optimal) wird hier $\frac{5}{3}$ gespeichert, die minimale Distanz (gespeichert in mind, für minimale Distanz) ist 2.

Lösung zu Aufgabe 442 ex-skalarprodukt-ausrechnen

a) -6+(-2)+4 = -4   b) -6+2+(-3) = -7

Lösung zu Aufgabe 443 ex-skalarprodukt-eigenschaften

a) Beide Definitionen (bzw. Berechnungsarten) verwenden nur die Multiplikation und Addition von reellen Zahlen, und dort dürfen die Operanden vertauscht werden (Kommutativgesetz).

b) Sind die Vektoren rechtwinklig aufeinander, beträgt der Winkel zwischen den Vektoren 90°. Es gilt $\cos(90°) = 0$ und damit ist das Skalarprodukt ebenfalls 0.

c) Benutzt man die erste Definition (Summe der Produkte der Komponenten) folgt die Eigenschaft sofort. Mit der zweiten Definition ist die Gleichung für $\lambda \geq 0$ offensichtlich, für $\lambda < 0$ muss beachtet werden, dass der Zwischenwinkel α zu $180° - \alpha$ wird. Der Cosinus ändert sein Vorzeichen, womit die Gleichung ebenfalls stimmt.

d) Mit der ersten Definition ist die Gleichung offensichtlich: Es wird komponentenweise ausmultipliziert.

e) Folgt direkt aus beiden Definitionen.

f) $\vec{v} \cdot \vec{v} = |\vec{v}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(0°) = |\vec{v}|^2$. Oder $\vec{v} \cdot \vec{v} = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}^2 = |\vec{v}|^2$.

g) Die linke Seite liefert ein Vielfaches von $\vec{c}$, die rechte Seite ein Vielfaches von $\vec{a}$. Sind die Vektoren von $\vec{0}$ verschieden und die Skalarprodukte nicht Null und $\vec{a}$ und $\vec{c}$ nicht parallel, sind die beiden Seiten sicher verschieden.

Lösung zu Aufgabe 444 ex-winkel-zwischen-vektoren-berechnen

Es gilt

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\alpha) \qquad \text{mit } \alpha = \sphericalangle(\vec{u}, \vec{v}).$$

Daraus folgt

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}.$$