```
w:matrix([u2*v3-u3*v2, u3*v1-u1*v3, u1*v2-u2*v1]);
u.u * v.v - (u.v)^2 - w.w;
```

$$-\left(u_3\,v_3+u_2\,v_2+u_1\,v_1\right)^2+\left(u_3^2+u_2^2+u_1^2\right)\,\left(v_3^2+v_2^2+v_1^2\right)+\left(u_3\,v_2-u_2\,v_3\right)\,\left(u_2\,v_3-u_3\,v_2\right)+\left(u_3\,v_1-u_1\,v_3\right)\,\left(u_1\,v_3-u_3\,v_1\right)+\left(u_2\,v_1-u_1\,v_2\right)\,\left(u_1\,v_2-u_2\,v_1\right)$$

```
expand(u.u * v.v - (u.v)^2 - w.w);
```

$$0$$

Die korrekte Händigkeit kann wie folgt überprüft werden: Man setzt für $\vec{u}=\vec{e}_1$ und $\vec{v}=\vec{e}_2$ ein und erhält wie gewünscht

$$\vec{w}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=\vec{e}_3,$$

also die korrekte Händigkeit. Um zu zeigen, dass die Händigkeit für alle Vektoren gültig ist, stellen wir uns vor, dass $\vec{u}$ und $\vec{v}$ zusammen kontinuierlich im Raum gedreht werden. Damit muss sich auch $\vec{w}$ kontinuierlich mitdrehen, weil die Formeln für $\vec{w}$ keine «Sprünge» zulassen. Damit ist es nicht möglich, dass $\vec{w}$ plötzlich die Händigkeit (d.h. das Vorzeichen) wechselt.

Lösung zu Aufgabe 450 ex-crossp-von-hand

a) $\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-3\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 1-(-1)\cdot 2\\(-1)\cdot(-3)-1\cdot 1\\1\cdot 2-2\cdot(-3)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\2\\8\end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-2\\-3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(-1)\cdot 1-3\cdot(-3)\\3\cdot(-2)-2\cdot 1\\2\cdot(-3)-(-1)\cdot(-2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\-8\\-8\end{pmatrix}$