22.2 Repetition Vektoren

Ein Vektor hat eine **Richtung** und eine **Länge**. Dargestellt wird ein Vektor **grafisch** als **Pfeil**, wobei es nicht relevant ist, wo der Anfangspunkt vom Pfeil liegt. *Ein Vektor kann also durch unendlich viele parallele, gleich lange Pfeile dargestellt werden.* **Algebraisch** wird ein Vektor üblicherweise mit **Komponenten** dargestellt, eine pro Koordinatenrichtung. Die Komponenten geben die **Vielfachen** der **Einheitsvektoren** an, die addiert den Vektor ergeben. Z.B.

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} = 3\vec{e}_1 + (-2)\vec{e}_2 + \sqrt{2}\vec{e}_3 = 3\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (-2)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sqrt{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Vektoren werden komponentenweise addiert.

Merke Vektoren auf dem TI-*n*spire

Auf dem TI-*n*spire können Vektoren wie folgt definiert werden:
`[3,-2,`$\sqrt{2}$`]` $\rightarrow$ `v`
Mit Vektoren ist auch die Addition und Multiplikation mit Zahlen definiert.

Aufgabe 437 Mit dem TI-*n*spire bilden Sie alle möglichen Summen von: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Vektoren können mit einer reellen Zahl multipliziert werden. Man nennt dies auch **skalieren**. Dabei werden alle Komponenten mit dieser Zahl multipliziert. Die Richtung bleibt erhalten.

Aufgabe 438 Berechnen Sie: a) $3 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ b) $-2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ c) $-\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Merke Länge eines Vektors

Die Länge eines Vektors kann mit Hilfe des Satzes von Pythagoras berechnet werden:

$$|\vec{v}| = \left| \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$$

Auf dem TI-*n*spire kann die Länge eines Vektors mit der `norm()`-Funktion berechnet werden, z.B. mit `norm(v)` oder `norm([2,3,7])`. Zu finden mit `menu 7 7 1`.

Insbesondere gilt, dass $|k \cdot \vec{v}| = |k| \cdot |\vec{v}|$. D.h. wird ein Vektor mit einer Zahl $k \in \mathbb{R}$ multiplizert, ändert sich die Länge entsprechend (mit dem Betrag von k).

Aufgabe 439 Skalieren Sie die Vektoren so, dass sie die gegebene Länge erreichen:
a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, Länge 6 b) $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$, Länge 1 c) $\vec{c} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, Länge 1.

Merke Ortsvektor

Der Ortsvektor $\vec{OP}$ eines Punktes P ist der Vektor vom Ursprung O zum Punkt P. Der Ortsvektor von P hat die gleichen Komponenten wie der Punkt P Koordinaten hat.