



**Merke** Vektor zwischen zwei Punkten

Den Vektor vom Anfangspunkt  $A = (a_1, a_2, a_3)$  zum Endpunkt  $B = (b_1, b_2, b_3)$  erhält man, indem man von den Koordinaten vom Endpunkt  $B$  die Koordinaten vom Anfangspunkt  $A$  subtrahiert.  
Kurz: **Endpunkt minus Anfangspunkt.**

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} b_1 - a_1 \\ b_2 - a_2 \\ b_3 - a_3 \end{pmatrix}$$

### 22.3 Geraden im Raum

Ein Gerade  $g$  im Raum kann als eindimensionales Koordinatensystem aufgefasst werden. Man benötigt also einen Ursprung (Startpunkt) und einen Richtungsvektor (quasi der Einheitsvektor), der die Richtung vorgibt. Damit wird jedem Punkt von  $g$  eine reelle Zahl zugeordnet und umgekehrt. Diese Zahl wird meistens mit  $\lambda$  oder  $t$  notiert. Wir werden  $\lambda$  verwenden, da in POV-Ray die Variable  $t$  schon definiert ist.

**Merke** Parameterdarstellung einer Geraden

Die Ortsvektoren der Punkte einer Geraden  $g$  im Raum können wie folgt beschrieben werden:

$$\vec{OG}(\lambda) = \vec{OA} + \lambda \vec{v},$$

wobei  $A$  ein *beliebiger* Punkt auf  $g$  und  $\vec{v}$  ein *beliebiger* **Richtungsvektor** parallel zu  $g$  ist.

Für eine Gerade gibt es also unendlich viele Parameterdarstellungen.

✂ **Aufgabe 440**

- a) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung für die Gerade  $g$  durch die Punkte  $A = (3, -2, 1)$  und  $B = (-2, 4, 1)$ .
- b) Was ist an der Lage der Geraden  $g$  speziell?
- c) Liegt der Punkt  $C = (0, 1, 2)$  auf  $g$ ?
- d) Liegt der Punkt  $D = (8, -8, 1)$  auf  $g$ ?
- e) Bestimmen Sie eine neue Parameterdarstellung von  $g$  so, dass der Betrag des Parameters der Distanz zwischen dem parametrisierten Punkt und dem Punkt  $B$  entspricht.
- f) In welchem Punkt schneidet die Gerade  $g$  die  $yz$ -Ebene? *Was ist an den Koordinaten der Punkte in der  $yz$ -Ebene speziell?*
- g) ★ Wo schneidet  $g$  die Kugel mit Zentrum  $O = (0, 0, 0)$  und Radius 10? *Welche Punkte auf  $g$  haben eine Distanz von 10 vom Ursprung?*

✂ **Aufgabe 441** Zwei Personen bewegen sich von je einem Startpunkt in je eine Richtung mit der Geschwindigkeit 1 m/s. Die erste Person startet in  $A = (0, 4)$  in die Richtung  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  und die zweite Person im Punkt  $B = (3, 0)$  in die Richtung  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Die Koordinateneinheit sei 1 m.

- a) Skizzieren Sie die Situation zu den ganzzahligen Zeitpunkten  $0 \leq t \leq 5$ .
- b) Schätzen Sie die kleinste Distanz der beiden Personen.
- c) Berechnen Sie die Distanz der beiden Personen in Abhängigkeit der Zeit  $t$  (das Resultat ist eine Funktion von  $t$ ).
- d) Bestimmen Sie die Extremalstelle der Distanzfunktion.