e) Würfelt man die 5 Würfel der Reihe nach, gibt es 6^5 Variationen.

$\boxed{\text{Nur 1 gleicher}}$: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$ Möglichkeiten.

$\boxed{\text{Genau 2 gleiche}}$: Dafür gibt es zwei Möglichkeiten, entweder man wirft etwas der Form $AABCD$ (2 gleiche, 3 verschiedene), oder etwas der Form $AABBC$ (2 verschiedene Paare, ein weiterer Würfel).

Im Fall $AABCD$ gibt es 6 Möglichkeiten für Werte für A, $\binom{5}{2}$ Möglichkeiten, die A zu platzieren und noch $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ Möglichkeiten die Werte für BCD zu wählen, also total $6 \cdot 10 \cdot 60 = 3600$ Möglichkeiten.

Im Fall $AABBC$ gibt es $6 \cdot 5 \cdot 4$ Möglichkeiten, A,B und C mit Werten zu versehen. Für die Platzierung gibt es $\frac{5!}{2! \cdot 2!}$ Möglichkeiten. Aber Achtung! Die Kombination 11223 wurde doppelt gezählt, nämlich einmal als $AABBC$ und einmal als $BBAAC$. Es muss also noch durch 2 dividiert werden. Für diesen Fall gibt es noch $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{1}{2} = 1800$.

Damit kommt man auf total $3600 + 1800 = 5400$ Möglichkeiten für 2 gleiche.

$\boxed{\text{Genau 3 gleiche}}$: Augenzahl Tripel: 6 Möglichkeiten. Für die beiden anderen Würfel bleiben noch $5 \cdot 5 = 25$ Möglichkeiten, für die Positionen gibt es $\binom{5}{3}$ Möglichkeiten. total also $6 \cdot 25 \cdot \binom{5}{3} = 1500$ Möglichkeiten.

$\boxed{\text{Genau 4 gleiche}}$: $6 \cdot 5 \cdot 5 = 150$ Möglichkeiten.

$\boxed{\text{5 gleiche}}$: 6 Möglichkeiten.

Überprüfung der Resultate: Da wir alle Fälle abgedeckt haben, muss die Summe der obigen Resultate $6^5 = 7776$ ergeben. $720 + 5400 + 1500 + 150 + 6 = 7776$. *Ganz ehrlich, das hat bei mir auch erst im zweiten Anlauf geklappt.*