Definition 5.2 p-Quantil

Erst werden die Werte aufsteigend sortiert: $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$. Aus p wird eine Position mit einer linearen Funktion $f(p)$ zwischen 1 und n berechnet, so dass $f(0) = 1$ und $f(1) = n$. Ist $f(p)$ eine natürliche Zahl, ist das p-Quantil gleich $x_{f(p)}$.
Sonst rundet man $f(p)$ auf die nächste natürliche Zahl i ab. Man bestimmt eine lineare Funktion $g(p)$ so, dass $g(0) = x_i$ und $g(1) = x_{i+1}$. Das p-Quantil ist dann $g(p - i)$.

Merke

Weiter definiert man das 1. Quartil als das 0.25-Quantil und das 3. Quartil als das 0.75-Quantil.
Oft spricht man auch von Perzentilen, wenn p ein ganzzahliges Vielfache von $\frac{1}{100}$ ist.

Aufgabe 5.8 Gegeben sind 2 reelle Zahlen a und b. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung f jener linearen Funktion $f(t)$ für die $f(0) = a$ und $f(1) = b$ gilt.

Aufgabe 5.9

a) Berechnen Sie das p-Quantil für $p = 0.1$, $p = 0.25$ und $p = 0.5$ für die Wertereihe 4, 6, 5, 4, 2.

b) Für vorhergehende Aufgabe, sortieren Sie die Werte aufsteigend und zeichnen Sie die Punkte (i, x_i) in ein Koordinatensystem ein verbinden Sie benachbarte Punkte mit einer Strecke. Zeichnen Sie von $x = 1$ bis $x = 5$ eine zweite Skala von 0 bis 1 ein. Wie können damit die Quantile grafisch bestimmt werden?

c) Berechnen Sie das 0.25-Quantil (das erste Quartil) für die Wertereihe 1, 2, 3, $\ldots$, 10.

5.2 Streuung des Mittelwerts

Dem Mittelwert einer Messreihe kann ebenfalls eine Streuung zugeordnet werden. Diese Streuung könnte man empirisch ermitteln, indem das Experiment viele Male wiederholt wird. Das ist aber meistens nicht praktikabel. Man kann aber mathematisch Folgendes für die Standardabweichung σ_μ des Mittelwerts μ nachweisen:

$$\sigma_\mu \approx \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma. \qquad \text{in guter Näherung für } n \geq 50.$$

Hat man weniger als 50 Messwerte, wird mit obiger Formel die Streuung unterschätzt, d.h. ein davon abgeleitetes Vertrauensintervall ist zu klein (es ist dann die sogenannte t-Verteilung zu benutzen).
Weiter kann mathematisch gezeigt werden, dass **Mittelwerte** gemäss einer **Glockenkurve** verteilt sind (was man durch vielmaliges Wiederholen des Experiments anschaulich machen könnte).