

a) Ein Unterschied zwischen den Feldern 27, 28 und 29 ist empirisch nicht festzustellen. Der Unterschied zwischen den Feldern 5, 6 und 7 aber sehr wohl. Besonders das Feld 7 wird klar weniger besucht als das Feld 6.

Das Feld 6 kann direkt erreicht werden. Feld 7 nur indirekt. Die Wahrscheinlichkeit, dass das Feld 6 indirekt erreicht wird, ist aber nur wenig kleiner als jene für das Feld 7.

b) Die Wahrscheinlichkeiten entsprechen den relativen Besuchshäufigkeiten. Die Grundidee ist folgende: Die Häufigkeit eines Feldes i ergibt sich aus den Häufigkeiten der Felder, von denen das Feld i erreicht werden kann, d.h. aus den Feldern $i-6, i-5, \ldots, i-1$. Z.B. ist die Wahrscheinlichkeit das Feld i vom Feld i-6 zu erreichen genau $\frac{1}{6}$.

Die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten erfolgt damit rekursiv wie folgt:

$$\begin{cases} P_0 = 1 & \text{Startfeld} \\ P_i = 0 & \text{für } i < 0 \end{cases}$$
$$P_i = \sum_{k=i-6}^{i-1} \frac{1}{6} P_k & \text{für } i \ge 1$$

Diese Rekursion kann z.B. in Excel programmiert werden. Man erhält folgende Werte:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.00000	0.16667	0.19444	0.22685	0.26466	0.30877	0.36023	0.25360	0.26809	0.28037
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0.28929	0.29339	0.29083	0.27926	0.28354	0.28611	0.28707	0.28670	0.28559	0.28471
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
0.28562	0.28597	0.28594	0.28576	0.28560	0.28560	0.28575	0.28577	0.28574	0.28570

Zum Vergleich $\frac{1}{3.5} \approx 0.285714$, was der durchschnittlichen Besuchswahrscheinlichkeit entspricht. Damit ist die Besuchswahrscheinlichkeit des Feldes 28 1.0000746 mal grösser als der Durchschnitt, aber kleiner als die Besuchswahrscheinlichkeit vom Feld 27.

Lösung zu Aufgabe 5.5 ex-unterschied-mittelwert-median

Lösung zu Aufgabe 5.6 ex-note-nachpruefung

Seien x_1, \ldots, x_{20} alle Prüfungsnoten. Es gilt

$$\frac{1}{19} \sum_{i=1}^{19} x_i \approx 4.24$$
 und $\frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_1 \approx 4.48$

Wir müssen davon ausgehen, dass die Notenschnitte gerundet und nicht exakt sind (besonders bei 19 Noten). Multipliziert man die erste Gleichung mit 19 und die zweite mit 20, kann die erste von der zweiten subtrahiert werden und es bleibt

$$x_{20} \approx 20 \cdot 4.48 - 19 \cdot 4.24 = 5.62$$

Die Nachprüfung war wohl eine 5.6. Weil dies aus den Angaben berechnet werden kann, sollte die Lehrperson den neuen Schnitt nicht kommunizieren.

Lösung zu Aufgabe 5.7 ex-stdev-von-hand

- a) $\mu = 100.5$, $\sigma = 3.937$.
- b) $\mu = 1, \, \sigma = 0.$
- c) Das könnte (ein schon fast gemogelt gutes) Resultat des Experiments sein, bei dem π durch zufälliges Wählen eines Punktes ermittelt wurde.

$$\mu = 0.785.~\sigma^2 = \tfrac{1}{999} \cdot \left(215 \cdot (0.785)^2 + 785 \cdot (0.215)^2\right) \approx 0.1689.~\mathrm{Und~damit}~\sigma \approx 0.411.$$