$$k'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{k(x+h)-k(x)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)\cdot g(x+h) - f(x)\cdot g(x)}{h} =$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)\cdot g(x+h) \overbrace{-f(x)\cdot g(x+h) + f(x)\cdot g(x+h)}^{0} - f(x)\cdot g(x)}{h} =$$

✎

Merke 19.12 Produktregel

$$\left(f(x)\cdot g(x)\right)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \qquad \text{oder kurz} \qquad (fg)' = f'g + fg'$$

Aufgabe 19.20 Gegeben sind Funktionen $f(x)$, $g(x)$ und deren Ableitungen. Daraus wird die Funktion $p(x) = f(x)\cdot g(x)$ definiert. Bestimmen Sie die Ableitung $p'(x)$, indem Sie $p(x+h)$ mit Hilfe von f und g und deren linearen Approximationen im Punkt x_0 schreiben. Aus dem Resultat kann die Ableitung von p abgelesen werden. Der Term in h^2 ist für kleine h vernachlässigbar.

Aufgabe 19.21 Leiten Sie ab:

a) $f(x) = x^{42}\cdot \ln(x)$ b) $f(x) = \sqrt{x}\cdot \mathrm{e}^x$ c) $f(x) = 2^x \cdot x^{-2}$ d) $f(x) = x^5\cdot x^4$

Aufgabe 19.22 Mit Hilfe der Produktregel und der Kettenregel leiten Sie die Quotientenregel her. Bestimmen Sie die Ableitung von $k(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, wenn die Funktionen f und g und deren Ableitungen gegeben sind. Schreiben Sie dazu die Funktion als Produkt.

✎

Merke 19.13 Quotientenregel

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \qquad \text{oder kurz} \qquad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{(g)^2}$$