



$$b) f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x^4 \cdot \log_7(42)} - 2^{1-x^2}$$

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{x^2-1} \cdot 2x\right) \cdot x^4 \cdot \log_7(42) - \ln(x^2-1) \cdot (4x^3 \cdot \log_7(42))}{x^8 \cdot (\log_7(42))^2} - \ln(2) \cdot 2^{1-x^2} \cdot (-2) \cdot x$$

$$c) f(x) = 1 + 2x^3 - \frac{4 \cdot \ln(5x \cdot 6^x)}{\sqrt[7]{x^8 \cdot \ln(9)}}$$

Hier lohnt es sich, zuerst ein bisschen zu vereinfachen, nämlich

$$\ln(5x \cdot 6^x) = \ln(5) + \ln(x) + x \ln(6) \text{ und}$$

$$\sqrt[7]{x^8 \cdot \ln(9)} = x^{\frac{8}{7}} \cdot (\ln(9))^{\frac{1}{7}}.$$

Wir leiten also $f(x) = 1 + 2x^3 - 4 \frac{\ln(5) + \ln(x) + x \ln(6)}{x^{\frac{8}{7}} \cdot (\ln(9))^{\frac{1}{7}}}$ ab:

$$f'(x) = 0 + 6x^2 - 4 \frac{\left(\frac{1}{x} + \ln(6)\right) \cdot x^{\frac{8}{7}} \cdot (\ln(9))^{\frac{1}{7}} - (\ln(5) + \ln(x) + x \ln(6)) \cdot \frac{8}{7} x^{\frac{1}{7}} \cdot (\ln(9))^{\frac{1}{7}}}{x^{\frac{16}{7}} \cdot (\ln(9))^{\frac{2}{7}}}$$

✂ Lösung zu Aufgabe 19.27 ex-ableiten-mit-vereinfachen

$$a) f(x) = (x^2 - 2x + 2) e^x$$

$$f'(x) = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x = x^2 e^x$$

$$b) f(x) = -\frac{\ln(x)}{x} - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = -\frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln(x) \cdot 1}{x^2} - (-1) \cdot \frac{1}{x^2} = -\frac{1 - \ln(x)}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{\ln(x)}{x^2}$$

$$c) f(x) = \frac{x^2+2x}{2} + 2 \ln(x-1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(2x+2) + 2 \frac{1}{x-1} \cdot 1 = x+1 + \frac{2}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)+2}{x-1} = \frac{x^2+1}{x-1}$$

✂ Lösung zu Aufgabe 19.28 ex-hunderste-ableitung

Man bildet die ersten Ableitungen, um eine Gesetzmässigkeit zu finden.

$$f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 e^x = (x^2 + 2x) \cdot e^x$$

$$f''(x) = (2x+2)e^x + (x^2+2x)e^x = (x^2+4x+2)e^x$$

$$f'''(x) = (2x+4)e^x + (x^2+4x+2)e^x = (x^2+6x+6)e^x$$

Man stellt fest, dass man immer ein Polynom zweiten Grades multipliziert mit e^x erhält. Etwas allgemeiner:

$$(g(x) \cdot e^x)' = g'(x)e^x + g(x)e^x = (g(x) + g'(x))e^x$$

Wenn $g(x)$ ein Polynom n -ten Grades ist, dann ist $g(x) + g'(x)$ wieder ein Polynom n -ten Grades. Der Koeffizient der höchsten Potenz von x ändert sich nicht.

Untersuchen wir den allgemeinen Fall mit $g(x) = x^2 + ax + b$. Wir erhalten $g'(x) = 2x + a$ und damit

$$g(x) + g'(x) = x^2 + (a+2)x + (a+b).$$

D.h. der Koeffizient von x wird immer um 2 grösser. Die Konstante wird immer um den Koeffizienten von x grösser.