Aufgabe 19.26 Leiten Sie ab. Das Resultat braucht nicht vereinfacht zu werden.

a) $f(x) = \frac{\sqrt{e^{-x} \cdot \ln(x)}}{x^2}$ b) $f(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x^4 \cdot \log_7(42)} - 2^{1-x^2}$ c) $f(x) = 1 + 2x^3 - \frac{4 \cdot \ln(5x \cdot 6^x)}{\sqrt[7]{x^8 \cdot \ln(9)}}$

Aufgabe 19.27 Leiten Sie ab und vereinfachen Sie (Resultat in c) als Bruch).

a) $f(x) = \left(x^2 - 2x + 2\right) e^x$ b) $f(x) = -\frac{\ln(x)}{x} - \frac{1}{x}$ c) $f(x) = \frac{x^2+2x}{2} + 2\ln(x-1)$

Aufgabe 19.28 Bestimmen Sie die hundertste Ableitung $f^{(100)}$ von $f(x) = x^2 \cdot e^x$.

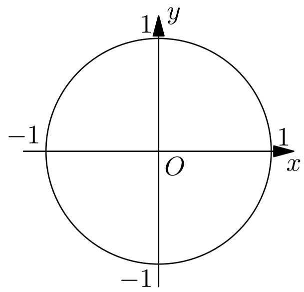
19.12 Ableitung der trigonometrischen Funktionen

In der Analysis werden wir fortan die **Winkel** immer im **Bogenmass** angeben. Das hat praktische Vorteile, wie gleich ersichtlich sein wird.

Repetition Bogenmass: Das Bogenmass eines Winkels ist die Länge des entsprechenden Bogens auf dem Einheitskreis. D.h. $0°$ bis $360°$ entspricht dann dem Bogenmass von 0 bis 2π.

Gradmass	$0°$	$30°$		$60°$			$270°$	$360°$
Bogenmass	0		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$	π		2π

19.12.1 Gleichmässige Kreisbewegung



Wir betrachten einen Punkt P, der eine gleichförmige Kreisbewegung im positivem Umlaufsinn auf dem Einheitskreis mit Geschwindigkeit 1 und Startpunkt $(1, 0)$ (zur Zeit $t = 0$) ausführt. Wir notieren mit $P(t)$ die Koordinaten vom Punkt P zum Zeitpunkt t.

- Tragen Sie die Zeitpunkte im Einheitskreis (z.B. mit $t = 0$) ein, zu denen sich der Punkt P auf den Achsen befindet.
- Tragen Sie in der Skizze den Punkt $P(0.5)$ ein, also P zur Zeit $t = \frac{1}{2}$.
- Zum Zeitpunkt t hat P die Koordinaten $P(t) = (x(t), y(t))$, wobei $x(t)$ und $y(t)$ zwei Funktionen sind. Welche genau? Tragen Sie diese ebenfalls in der Skizze ein.
- Wie lang ist der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t)$? Was ist die Beziehung zwischen $\vec{OP}(t)$ und $\vec{v}(t)$? Zeichnen Sie $\vec{v}(t)$ ein.
- Tragen Sie die Komponenten von $\vec{v}(t)$ ein.
- In welche Richtung wirkt die Beschleunigung $\vec{a}(t)$?

Die Komponenten von $\vec{v}(t)$ entsprechen den Ableitungen der Koordinaten von $P(t)$.

Merke 19.15 Ableitung von Cosinus und Sinus

Für x im Bogenmass gilt:

$$(\sin(x))' = \qquad\qquad (\cos(x))' =$$

Aufgabe 19.29 Wie gross ist die Geschwindigkeit der Kreisbewegung, wenn man den Winkel im Gradmass misst, d.h. eine Umdrehung erst nach $t = 360$ vollendet ist? Was bedeutet das für die Ableitungen von $\sin(\alpha)$ und $\cos(\alpha)$ wenn α im Gradmass gemessen wird?

Aufgabe 19.30 Leiten Sie $\tan(x)$ ab. (x im Bogenmass).

Aufgabe 19.31 Sei $P(t) = (\cos(t), \sin(t))$. Bestimmen Sie den Beschleunigungsvektor $\vec{a}(t)$, indem Sie $\vec{OP}(t)$ zwei mal ableiten. Wie gross ist der Betrag der Beschleunigung? Was ist die Richtung von $\vec{a}(t)$ bezüglich $\vec{OP}(t)$?