b) $f(x)=\frac{\ln(x^2-1)}{x^4\cdot\log_7(42)}-2^{1-x^2}$

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{x^2-1}\cdot 2x\right)\cdot x^4\cdot\log_7(42)-\ln(x^2-1)\cdot\left(4x^3\cdot\log_7(42)\right)}{x^8\cdot\left(\log_7(42)\right)^2} - \ln(2)\cdot 2^{1-x^2}\cdot(-2)\cdot x$$

c) $f(x)=1+2x^3-\frac{4\cdot\ln(5x\cdot 6^x)}{\sqrt[7]{x^8\cdot\ln(9)}}$
Hier lohnt es sich, zuerst ein bisschen zu vereinfachen, nämlich
$\ln\left(5x\cdot 6^x\right)=\ln(5)+\ln(x)+x\ln(6)$ und
$\sqrt[7]{x^8\cdot\ln(9)}=x^{\frac{8}{7}}\cdot(\ln(9))^{\frac{1}{7}}$.
Wir leiten also $f(x)=1+2x^3-4\frac{\ln(5)+\ln(x)+x\ln(6)}{x^{\frac{8}{7}}\cdot(\ln(9))^{\frac{1}{7}}}$ ab:

$$f'(x) = 0+6x^2-4\frac{\left(\frac{1}{x}+\ln(6)\right)\cdot x^{\frac{8}{7}}\cdot(\ln(9))^{\frac{1}{7}}-(\ln(5)+\ln(x)+x\ln(6))\cdot\frac{8}{7}x^{\frac{1}{7}}\cdot(\ln(9))^{\frac{1}{7}}}{x^{\frac{16}{7}}\cdot(\ln(9))^{\frac{2}{7}}}$$

Lösung zu Aufgabe 19.27 ex-ableiten-mit-vereinfachen

a) $f(x)=\left(x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^x$

$$f'(x) = (2x-2)\mathrm{e}^x+\left(x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^x = x^2\mathrm{e}^x$$

b) $f(x)=-\frac{\ln(x)}{x}-\frac{1}{x}$

$$f'(x) = -\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln(x)\cdot 1}{x^2}-(-1)\cdot\frac{1}{x^2} = -\frac{1-\ln(x)}{x^2}+\frac{1}{x^2} = \frac{\ln(x)}{x^2}$$

c) $f(x)=\frac{x^2+2x}{2}+2\ln(x-1)$

$$f'(x) = \frac{1}{2}(2x+2)+2\frac{1}{x-1}\cdot 1 = x+1+\frac{2}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)+2}{x-1} = \frac{x^2+1}{x-1}$$

Lösung zu Aufgabe 19.28 ex-hunderste-ableitung

Man bildet die ersten Ableitungen, um eine Gesetzmässigkeit zu finden.
$f'(x)=2x\cdot\mathrm{e}^x+x^2\mathrm{e}^x=(x^2+2x)\cdot\mathrm{e}^x$
$f''(x)=(2x+2)\mathrm{e}^x+(x^2+2x)\mathrm{e}^x=(x^2+4x+2)\mathrm{e}^x$
$f'''(x)=(2x+4)\mathrm{e}^x+(x^2+4x+2)\mathrm{e}^x=(x^2+6x+6)\mathrm{e}^x$
Man stellt fest, dass man immer ein Polynom zweiten Grades multipliziert mit e^x erhält. Etwas allgemeiner:
$(g(x)\cdot\mathrm{e}^x)'=g'(x)\mathrm{e}^x+g(x)\mathrm{e}^x=(g(x)+g'(x))\mathrm{e}^x$
Wenn $g(x)$ ein Polynom n-ten Grades ist, dann ist $g(x)+g'(x)$ wieder ein Polynom n-ten Grades. Der Koeffizient der höchsten Potenz von x ändert sich nicht.
Untersuchen wir den allgemeinen Fall mit $g(x)=x^2+ax+b$. Wir erhalten $g'(x)=2x+a$ und damit
$g(x)+g'(x)=x^2+(a+2)x+(a+b)$.
D.h. der Koeffizient von x wir immer um 2 grösser. Die Konstante wird immer um den Koeffizienten von x grösser.