BY-SA
I. Blöchliger, S. Knaus, O. Schnürer

Merke 17.3 Rekursive Angabe einer Folge

Eine Folge (a_n) ist **rekursiv** definiert, wenn
- das erste Folgeglied a_0 der Folge angegeben ist und
- eine Formel für a_n angegeben ist, mit der man a_n aus dem vorherigen Folgeglied a_{n-1} und dem Index n berechnen kann, wobei $n \geq 1$ eine beliebige natürliche Zahl ist.

Variante: Statt nur a_0 anzugeben, kann man auch mehrere Folgeglieder am Anfang der Folge angeben; in der Formel für a_n dürfen dann entsprechend viele vorherige Folgeglieder auftauchen (vgl. das Beispiel der Fibonacci-Folge weiter unten).

Merke 17.4

Explizite und rekursive Definition der arithmetischen Folge (a_n) mit Startwert s und Differenz d:

explizite Definition✎

rekursive Definition✎

Merke 17.5

Explizite und rekursive Definition der geometrischen Folge (g_n) mit Startwert s und Quotient q:

explizite Definition✎

rekursive Definition✎

Beispiel: Fibonacci-Folge

Die Fibonacci-Folge ist die in Aufgabe 17.1.(9) implizit angegebene Folge. Rekursiv ist sie wie folgt definiert.✎

Beachten Sie, dass hier zwei Startwerte vorgegeben werden und die Formel für die Berechnung der nachfolgenden Folgeglieder jeweils zwei direkt vorausgehende Folgeglieder enthält.

Aufgabe 17.2 Für die Definition einer Folge haben wir die drei Möglichkeiten «implizit», «explizit» und «rekursiv» kennengelernt. Geben Sie jeweils die beiden anderen Definitionsmöglichkeiten an. Geben Sie auch an, ob die Folge arithmetisch oder geometrisch ist oder ob sie keine dieser Eigenschaften hat.

a) (a_n) gegeben durch $a_n = 8 - n$

b) $(a_n) = (3, 6, 12, 24, 48, \ldots)$

c) $(a_n) = \begin{cases} a_0 & = 0 \\ a_n & = a_{n-1} + 2n - 1 \end{cases}$

d) $a_n = \frac{16}{2^n}$

e) $(a_n) = \left(0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{15}{16}, \ldots\right)$

f) $(a_n) = \begin{cases} a_0 & = 100 \\ a_n & = a_{n-1} \cdot 1.02 \end{cases}$