Für das effiziente Lösen mit dem Taschenrechner wird zuerst die Funktion a wie folgt definiert:

$$a_0 + nd \to a(n)$$

Danach können die Gleichungen wie in der Aufgabe eingegeben werden und nach a_0 und d aufgelöst werden. Es muss einfach jeweils a_x durch $a(x)$ ersetzt werden.

Lösung zu Aufgabe 17.4 ex-param-geometrisch

a) $q = \dfrac{g_6}{g_5} = \dfrac{48}{24} = 2$ (denn es gilt $g_n = g_0 \cdot q^n$, also speziell $g_6 = g_0 \cdot q^6$ und $g_5 = g_0 \cdot q^5$ und dividiert man die erste durch die zweite Gleichung, erhält man die behauptete Gleichheit). Daraus folgt $g_0 = g_5 \cdot q^{-5} = 24 \cdot \dfrac{1}{32} = \dfrac{3}{4}$.

b) $q^2 = \dfrac{g_6}{g_4} = \dfrac{162}{18} = 9$, also $q = \pm 3$. Daraus folgt $g_0 = g_4 \cdot q^{-4} = 18 \cdot (\pm 3)^{-4} = \dfrac{18}{81} = \dfrac{2}{9}$.

c) Wenn $g_5 \neq 0$ gilt, so muss auch $g_{10} \neq 0$ gelten. Aus $q^5 = \dfrac{g_{10}}{g_5}$ folgt $q = \sqrt[5]{\dfrac{g_{10}}{g_5}}$ wenn $\dfrac{g_{10}}{g_5} > 0$ und $q = -\sqrt[5]{-\dfrac{g_{10}}{g_5}}$ wenn $\dfrac{g_{10}}{g_5} < 0$. Dann gilt $g_0 = g_5 \cdot q^{-5}$
Wenn $g_5 = 0$ gilt, so muss auch $g_{10} = 0$ gelten; in diesem Fall gilt $q = 0$ und der Startwert g_0 könnte beliebig sein.

d) Falls $g_n \neq 0$ gilt, folgt $q^{m-n} = \dfrac{g_m}{g_n}$. Wenn $m - n$ ungerade ist: q kann berechnet werden (ähnlich wie in der vorigen Aufgabe). Wenn $m - n$ gerade ist: q kann genau dann berechnet werden, wenn $\dfrac{g_m}{g_n} \geq 0$ gilt.
Wenn q berechnet werden kann, gilt $g_0 = g_n \cdot q^{-n}$.
Im Fall $g_n = 0$ folgt auch $g_m = 0$ und $q = 0$.

Lösung zu Aufgabe 17.5 ex-folgen-verknuepfen

a) Explizit: $a_n = 7 - n \cdot 2 = 7 - 2n$ und rekursiv: $(a_n) = \begin{cases} a_0 = 7 \\ a_n = a_{n-1} - 2 & \text{für alle } n \geq 1. \end{cases}$

Implizit: $(b_n) = 1, 6, 11, 16, 21, \ldots$ und rekursiv: $(b_n) = \begin{cases} b_0 = 1 \\ b_n = b_{n-1} + 5 & \text{für alle } n \geq 1. \end{cases}$

b) Implizit: $(c_n) = 8, 11, 14, 17, \ldots$. Explizit: $c_n = 8+n\cdot 3 = 8+3n$ und rekursiv: $(c_n) = \begin{cases} c_0 = 8 \\ c_n = c_{n-1} + 3 & \text{für alle } n \geq 1. \end{cases}$

Die Folge ist arithmetisch mit Differenz 3.

c) Implizit: $(d_n) = 7, 30, 33, 16, -21, -78, \ldots$ und explizit: $d_n = a_n \cdot b_n = (7 - 2n) \cdot (5n + 1) = 35n + 7 - 10n^2 - 2n = -10n^2 + 33n + 7$. Die Folge ist nicht arithmetisch. Sie könnte als «quadratisch» bezeichnet werden (oder genauer als arithmetisch 2. Ordnung).
Zusatzinformation: Betrachtet man die Differenzfolge (Folge der Differenzen aufeinanderfolgender Glieder) erhält man $23, 3, -17, -37, -57, \ldots$ also eine arithmetische Reihe mit $d = -20$ und $a_0 = 23$. Damit lässt sich eine rekursive Definition finden, indem man entweder die Differenz aus n berechnet oder aus den *zwei* Vorgängergliedern:

$$(d_n) = \begin{cases} d_0 = 7 \\ d_n = d_{n-1} + (23 - (n-1) \cdot 20) = d_{n-1} + 23 - 20n + 20 = d_{n-1} + 43 - 20n \end{cases} \qquad \text{oder}$$

$$(d_n) = \begin{cases} d_0 = 7 \\ d_1 = 30 \\ d_n = d_{n-1} + (d_{n-1} - d_{n-2}) - 20 & \text{(hinzu kommt die um 20 verringerte Differenz der Vorgängerglieder)} \end{cases}$$

Alternative: Aus dem Ansatz $d_n = d_{n-1} + t$ erhält man $t = d_n - d_{n-1}$ und daraus mit der expliziten Formel $t = \left(-10n^2 + 33n + 7\right) - \left(-10(n-1)^2 + 33(n-1) + 7\right) = -20n + 43$, also die obige Lösung.

(unerwünschte) Alternative: Die explizite Angabe kann man auch als rekursive Angabe ansehen, bei der keine vorherigen Folgeglieder auftauchen.