



10.3 Spezielle Funktionen

In der Mathematik gibt es viele wichtige Funktionen. Einige davon kennen Sie bereits.

10.3.1 Wurzel- und Betragsfunktion

Die **Wurzelfunktion** $\sqrt{\cdot}$ ordnet jedem **nicht-negativen** reellen Argument x diejenige **nicht-negative** reelle Zahl \sqrt{x} zu, die quadriert das Argument x ergibt:

$$\begin{aligned} \sqrt{\cdot} : \mathbb{R}_0^+ &\rightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x &\mapsto \sqrt{x} \end{aligned}$$

Beachten Sie: Für negative Zahlen ist die Wurzelfunktion nicht definiert. Die Wurzelfunktion liefert *stets positive* Zahlen (oder Null).

Die Gleichung $x^2 = 2$ hat **zwei Lösungen**, nämlich $+1.41421\dots$ und $-1.41421\dots$. Die Wurzelfunktion liefert, wie alle Funktionen, jedoch für jedes Argument **genau einen** Wert; es gilt $\sqrt{2} = +1.41421\dots$

Die **Betragsfunktion** $|\cdot|$ kann wie folgt definiert werden:

$$\begin{aligned} |\cdot| : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}_0^+ \\ x &\mapsto |x| = \begin{cases} x & \text{wenn } x \geq 0 \\ -x & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Überprüfen Sie die Definition, indem Sie positive und negative Zahlen für x einsetzen.

✳ **Aufgabe 10.2** Erklären Sie, warum $|x| = \sqrt{x^2}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.

10.4 Nutzen von Funktionen

Mit Funktionen können z. B. physikalische Abläufe beschrieben werden, wie etwa die z -Koordinate (Höhe in m nach oben gemessen) und Geschwindigkeit v (in m/s) eines Massepunktes (beliebiger Masse) im freien Fall bei Vernachlässigung der Luftreibung. Das Argument t ist die Zeit (in Sekunden):

$$z(t) = \frac{1}{2}gt^2 \quad v(t) = gt$$

wobei $g = -9.81$ die Erdbeschleunigung in m/s^2 ist.

✳ **Aufgabe 10.3** Berechnen Sie mit Hilfe der obigen Funktionen z und v die Fallstrecke und die Geschwindigkeit nach 0 bzw. nach 1 bzw. nach 2 bzw. nach 3 Sekunden Fallzeit.

10.5 Graph einer Funktion

✳ Aufgabe 10.4

a) Zeichnen Sie ein Koordinatensystem mit einer horizontalen t -Achse (Beschriftung t statt x) und einer vertikalen s -Achse (Beschriftung s statt y). Zum Zeitpunkt $t = 0$ fährt die Trogenerbahn am Bahnhof St. Gallen ab. Zeichnen Sie, möglichst realistisch, zu jedem Zeitpunkt t die zurückgelegte Strecke $s(t)$ ein (bis zur Haltestelle Spisertor).

b) Zeichnen Sie ins gleiche Koordinatensystem mit einer vertikalen v - statt s -Achse die entsprechende Geschwindigkeit ein.

Sie haben die Graphen der Funktionen s und v gezeichnet. Beachten Sie, dass diese Funktionen nicht vernünftig mit Formeln dargestellt werden können. Beachten Sie, dass $v(t)$ angibt, wie steil der Graph von s zu einem Zeitpunkt t ist.

Definition 10.2 Graph

Der **Graph einer Funktion** f ist die Menge aller Punkte $(x, f(x))$ mit $x \in \mathbb{D}$.