Ivo Blöchliger, Olaf Schnürer

Merke

Die Schnittpunkte der Graphen zweier Funktionen f und g erhält man, indem man die Gleichung

$$f(x) = g(x)$$

nach x (der x-Koordinate eines Schnittpunktes) auflöst. Sind f und g lineare Funktionen, ist die Gleichung selbst linear und kann einfach gelöst werden.

Aufgabe 10.22 Gegeben sind die Punkte $A = (-2, -1)$ und $B = (3, 1)$ sowie die Steigung $m = \frac{3}{2}$ der Geraden b durch den Punkt A. Gesucht sind die Koordinaten des Punktes C auf b, für den das Dreieck $\triangle ABC$ rechtwinklig ist.

a) Konstruieren Sie das Dreieck und lesen Sie die ungefähren Koordinaten von C ab.

b) Berechnen Sie die exakten Koordinaten von C.

Aufgabe 10.23 Gegeben sind zwei Punkte $A = (-3, 1)$ und $B = (2, -2)$. Finden Sie die Koordinaten der Punkte C und D oberhalb von AB, für die $ABCD$ ein Quadrat ist.

Aufgabe 10.24 Finden Sie ganzzahlige Koordinaten für die Eckpunkte eines rechtwinkligen Dreiecks so, dass die Hypotenuse parallel zur x-Achse ist und das Dreieck *nicht* gleichschenklig ist.

Bestimmen Sie dann die Koordinaten der Eckpunkte der Quadrate über den Dreiecksseiten.

Betrachten Sie das Quadrat über der Seite b. Das Quadrat soll kontinuierlich (als Animation) in ein Parallelogramm überführt werden, wobei die Seite b fix bleibt und die andere Seite am Schluss senkrecht auf der Hypotenuse steht (wie im dritten Beweis des Satzes von Pythagoras bzw. dem Beweis des Kathetensatzes, der Pythagoras sofort mit beweist). Finden Sie zwei lineare Funktionen, die als Eingabe eine Zahl (alias Zeit) im Intervall $[0, 1]$ entgegennehmen und als Ausgabe die x- bzw. y-Koordinate eines „interessanten“ Eckpunktes des Parallelogramms produzieren, d. h. für 0 das Quadrat und für 1 das Parallelogramm.

Hintergrund: In POV-Ray gibt es eine Variable `clock`*, die von 0 bis 1 läuft und das Erzeugen von Animationen erlaubt. Mit den obigen Funktionen kann diese Animation programmiert werden.*

10.8 Repetition

Funktion: Eine Funktion ordnet jedem Element einer Definitionsmenge $\mathbb{D}$ (meistens ist das Element eine reelle Zahl) ein Element einer Wertemenge $\mathbb{W}$ (meistens ist dieses Element wieder eine reelle Zahl) zu.

Diese Zuordnung kann auch als Maschine aufgefasst werden, die für jede Eingabe (Element aus der Definitionsmenge) eine Ausgabe (Element der Wertemenge) produziert.

Wir werden fast ausschliesslich Funktionen antreffen, die durch einfache Funktionsgleichungen (Formeln) dargestellt werden können. Die Funktionsgleichung gibt an, wie aus der Eingabe (meist durch die Variable x dargestellt) die Ausgabe berechnet werden kann.

Beispiele: $a(x) = 2x - 3$, $b(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, $c(x) = |x + 2|$

Funktionsgraph: Sind Definitions- und Wertemenge Zahlen, kann der Funktionsgraph einer Funktion f im x/y-Koordinatensystem gezeichnet werden. Für jede mögliche Eingabe x wird der Punkt (x, y) gezeichnet, dessen y-Koordinate die Ausgabe der Funktion ist, also $y = f(x)$. Die Koordinaten der Punkte des Graphen sind also $(x, f(x))$ für alle möglichen Werte von x.

Transformation von Graphen: Wird zu einer Funktion eine konstante Zahl **addiert**, bzw. subtrahiert, **verschiebt** sich der Graph entsprechend in y-Richtung nach oben, bzw. nach unten.

Wird die gesamte Funktion mit einer konstanten Zahl **multipliziert**, wird der Graph in y-Richtung **gestreckt** oder gestaucht (und zusätzlich gespiegelt, wenn die Zahl negativ ist).

Lineare Funktion: Eine Funktion ist linear, wenn die Funktionsgleichung auf die Form $f(x) = m \cdot x + q$ gebracht werden kann. Der Graph einer linearen Funktion ist eine **Gerade**.

- Die Zahl m ist dann die **Steigung** und gibt an, um wie viele y-Einheiten die Gerade pro x-Einheit