



11.2 Gleichungssysteme mit unendlich vielen Lösungen

Hat ein Gleichungssystem weniger Gleichungen als Variablen, so hat dieses System meistens unendlich viele Lösungen. Das kann aber auch passieren, wenn es «genug» Gleichungen hat, aber eine der Gleichungen aus den anderen folgt.

Man sagt, dass das Gleichungssystem *unterbestimmt* ist.

Beispiel: Bestimmen Sie alle möglichen Lösungen von folgendem unterbestimmten «Gleichungssystem» (zwei Unbekannte, aber nur eine Gleichung). Finden Sie eine geometrische Interpretation aller möglichen Lösungen:

$$x + 2y = 4 \quad (G_1)$$



Löst man ein unterbestimmtes Gleichungssystem durch Auflösen und Einsetzen, erhält man am Schluss eine Gleichung mit mehr als einer Variablen. Nach einer kann aufgelöst werden, alle restlichen können frei gewählt werden (im Definitionsbereich des entsprechenden Ausdrucks). Geometrisch ergibt sich dann eine ein- oder mehrdimensionale Punktmenge. D.h. Geraden und Ebenen etc. im Falle von linearen Gleichungssystemen, bzw. Kurven und Flächen etc. im Falle von nicht-linearen Gleichungen:

Anzahl Variablen	Anzahl Gleichungen	Zu erwartende Lösungsmenge
2	1	Gerade (bzw. Kurve) in der Ebene
3	1	Ebene (bzw. Fläche) im Raum
3	2	Gerade (bzw. Kurve) im Raum
4	2	Ebene (bzw. Fläche) im 4-dimensionalen Raum
4	3	Gerade (bzw. Kurve) im 4-dimensionalen Raum

11.3 Zu erwartende Lösungsmengen

«Normalerweise» hat eine lineares Gleichungssystem mit gleich vielen Variablen wie Gleichungen genau eine Lösung. Wie schon bei einfachen linearen Gleichungen kann es aber durchaus vorkommen, dass auch Gleichungssysteme dieser Art keine oder unendlich viele Lösungen haben.

Beispiel 1:
$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 & (G_1) \\ -8x + 6y = 1 & (G_2) \end{cases}$$

Beispiel 2:
$$\begin{cases} -4x - 10y = 8 & (G_1) \\ 6x + 15y = -12 & (G_2) \end{cases}$$

Zeichnen Sie für beide Beispiele jeweils die beiden Lösungsmengen von (G_1) und (G_2) in einem Koordinatensystem:

Beispiel 1
$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 & (G_1) \\ -8x + 6y = 1 & (G_2) \end{cases}$$

Beispiel 2
$$\begin{cases} -4x - 10y = 8 & (G_1) \\ 6x + 15y = -12 & (G_2) \end{cases}$$

