e) Festlegen der Unbekannten (inkl. Masseinheit!):
Fülleistung Zuleitung 1: x [Gefässe pro Stunde], Fülleistung Zuleitung 2: y [Gefässe pro Stunde]
Berechnet werden die Füllmengen (Leistung mal Zeit):

$$\begin{cases} 6x + 4y &= 1 \quad \text{korrekte Einstellung} \\ 4x + 6y &= \frac{7}{6} \quad \text{falsche Einstellung} \end{cases}$$

Lösung: $x = \frac{1}{15}$, $y = \frac{3}{20}$.
Antwort: Die erste Zuleitung liefert $\frac{1}{15}$ des Gefässinhaltes, die zweite liefert $\frac{3}{20}$ des Inhaltes pro Stunde.
Die erste Zuleitung benötigt $\frac{1}{\frac{1}{15}} = 15$ h, die zweite $\frac{1}{\frac{3}{20}} = \frac{20}{3} = 6$ h 40 min, um das Gefäss alleine zu füllen.
Zusammen leisten die Zuleitungen $\frac{1}{15} + \frac{3}{20} = \frac{13}{60}$ Gefässe pro Stunde. Also eine Füllzeit von $\frac{1}{\frac{13}{60}} = \frac{60}{13} \approx 4.62$ h, bzw. 4 h 37 min.

Lösung zu Aufgabe 11.9 ex-parabel-durch-punkte

Setzt man die x-Koordinate eines Punktes in f ein, muss dessen y-Koordinate herauskommen. Wir haben also folgendes Gleichungssystem für a, b und c:

$$\begin{cases} f(-2) &= -1 \quad \text{Punkt } A \\ f(0) &= 2 \quad \text{Punkt } B \\ f(2) &= 1 \quad \text{Punkt } C \end{cases} \qquad \begin{cases} 4a - 2b + c &= -1 \quad (G_1) \\ c &= 2 \quad (G_2) \\ 4a + 2b + c &= 1 \quad (G_3) \end{cases}$$

(G_2) ist schon nach c aufgelöst, also einsetzen in (G_1) und (G_3):

$$\begin{cases} 4a - 2b + 2 &= -1 \quad (G_1') \\ 4a + 2b + 2 &= 1 \quad (G_3') \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} 4a - 2b &= -3 \quad (G_1') \\ 4a + 2b &= -1 \quad (G_3') \end{cases}$$

Die Unbekannte b wird eliminiert: $(G_1') + (G_3')$:

$$8a = -4 \quad \Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{2}$$

Eingesetzt in (G_1'):

$$-2 - 2b = -3 \quad \Leftrightarrow \quad b = \frac{1}{2}$$

Und damit ist die gesuchte Funktion $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot x + 2$.

Der Graph ist wie folgt: