



Analog zum Eingangsbeispiel mit dem Fahrradfahrer ist auch hier die Fläche unter der Geschwindigkeitskurve die zurückgelegte Distanz:

Es ist also $s(3) = \int_0^3 8t \, dt = 36[m]$. Damit legt der Sportwagen eine Strecke von 36 m zurück

* Lösung zu Aufgabe 21.12 ex-federpendel

Die Kraft zieht in der entgegengesetzten Richtung wie die Auslenkung.

- $s(t) = \sin(t)$ oder $s(t) = \cos(t)$ und Vielfache und Summen davon erfüllen die Bedingung.
- $s(t) = \sin(ct)$ oder $s(t) = \cos(ct)$ und Vielfache und Summen davon erfüllen die Bedingung. Die Konstante c ist proportional zur Frequenz, welche gleich $2\pi \cdot c$ ist.
- Die Gleichung kann wie folgt geschrieben werden:

$$s''(t) = -\frac{k}{m} \cdot s(t)$$

Also erfüllt z.B. $s(t) = \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right)$ die Bedingung. Die Frequenz steigt mit der Federkonstante (je härter die Feder, desto höher die Frequenz) und fällt mit der Masse (je grösser die Masse, desto langsamer die Schwingung).

* Lösung zu Aufgabe 21.13 ex-exponentielles-wachstum

- Z.B. $N(t) = e^t$ ist so eine Funktion. Aber auch alle Vielfachen davon, z.B. $N(t) = N_0 \cdot e^t$ mit $N_0 \in \mathbb{R}$.
- Z.B. $N(t) = e^{ct}$ ist so eine Funktion. Aber auch alle Vielfachen davon, z.B. $N(t) = N_0 \cdot e^{ct}$ mit $N_0 \in \mathbb{R}$.
- Die Wachstumsrate c muss gegeben sein, und die Anzahl Bakterien N_0 zur Zeit $t = 0t$.

* Lösung zu Aufgabe 21.14 ex-abkuehlen

Abkühlrate ist das c -fache der Temperatur $T(t)$, mit $c \in \mathbb{R}^+$:

$$T'(t) = -cT(t)$$

Eigentlich wäre es sinnvoller, die Abkühlrate mit einem negativen Vorzeichen zu versehen, die Gleichung ist so aber sprechender.

Betrachtet man erst $T'(t) = -T(t)$ findet man z.B. $T(t) = e^{-t}$ als Lösung.

Eine Lösung ist $T(t) = e^{-ct}$, die allgemeine Lösung ist $T(t) = T_0 \cdot e^{-ct}$, wobei $T_0 \in \mathbb{R}$ als Anfangstemperatur interpretiert werden kann.

* Lösung zu Aufgabe 21.15 ex-kreisflaeche

- $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ (via Satz von Pythagoras).
- $A = \int_0^1 \sqrt{1-x^2} \, dx = \frac{\pi}{4}$ (via TR). Also ist die Einheitskreisfläche π .

* Lösung zu Aufgabe 21.16 ex-parabel-bogenlaenge

Die eine horizontale Kathete ist dx , die vertikale Kathete ist $f'(x) \cdot dx$. Damit hat das Tangentenstück die Länge $\sqrt{(f'(x) \cdot dx)^2 + (dx)^2} = \sqrt{(f'(x))^2 + 1} \cdot dx$.

Die Länge ist also

$$\int_0^1 \sqrt{(f'(x))^2 + 1} \, dx = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 1} \, dx = \frac{4 \ln(\sqrt{5} + 1) - 4 \ln(2) + \sqrt{5}}{4} \approx 1.04023 \quad \text{mit TR}$$