



- b) Erst werden die Schnittpunkte der Graphen mit folgender Gleichung bestimmt: $f(x) = g(x)$, bzw. $g(x) - f(x) = 0$.

$$g(x) - f(x) = -2x^2 - x + 1 - (-4x^2 + 3x + 31) = -2x^2 + 4x + 30 = 0$$

$-2 \cdot (x^2 - 2x - 15) = 0$, also $-2 \cdot (x + 3)(x - 5) = 0$, also $x = -3$ oder $x = 5$. (Man sucht zwei Zahlen mit Produkt -15 und Summe -2).

Damit die Fläche zwischen den Nullstellen positiv ist, muss der Öffnungsfaktor (Koeffizient von x^2) von $g(x) - f(x)$ negativ sein, was hier der Fall ist.

$$\begin{aligned} \text{Die Fläche zwischen } f(x) \text{ und } g(x) \text{ ist } & \int_{-3}^5 -2 \cdot (g(x) - f(x)) \, dx = -2 \cdot \int_{-3}^5 (x^2 - 2x - 15) \, dx = \\ & -2 \cdot \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x \right) \Big|_{-3}^5 = -2 \cdot \left(\left(\frac{1}{3} \cdot 125 - 25 - 15 \cdot 5 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot (-27) - 9 - 15 \cdot (-3) \right) \right) = \\ & -2 \cdot \left(\left(\frac{125}{3} - 25 - 75 \right) - (-9 - 9 + 45) \right) = -2 \cdot \left(\left(\frac{125}{3} - \frac{75}{3} - \frac{225}{3} \right) - (-9 - 9 + 45) \right) = -2 \cdot \left(-\frac{175}{3} - 27 \right) = \\ & -2 \cdot -\frac{256}{3} = \frac{512}{3} \end{aligned}$$

- c) Erst werden die Schnittpunkte der Graphen mit folgender Gleichung bestimmt: $f(x) = g(x)$, bzw. $g(x) - f(x) = 0$.

$$g(x) - f(x) = -x^2 - x + 1 - (-4x^2 + 2x + 19) = -3x^2 + 3x + 18 = 0$$

$-3 \cdot (x^2 - x - 6) = 0$, also $-3 \cdot (x + 2)(x - 3) = 0$, also $x = -2$ oder $x = 3$. (Man sucht zwei Zahlen mit Produkt -6 und Summe -1).

Damit die Fläche zwischen den Nullstellen positiv ist, muss der Öffnungsfaktor (Koeffizient von x^2) von $g(x) - f(x)$ negativ sein, was hier der Fall ist.

$$\begin{aligned} \text{Die Fläche zwischen } f(x) \text{ und } g(x) \text{ ist } & \int_{-2}^3 -3 \cdot (g(x) - f(x)) \, dx = -3 \cdot \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) \, dx = \\ & -3 \cdot \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x \right) \Big|_{-2}^3 = -3 \cdot \left(\left(\frac{1}{3} \cdot 27 - \frac{1}{2} \cdot 9 - 6 \cdot 3 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot (-8) - \frac{1}{2} \cdot 4 - 6 \cdot (-2) \right) \right) = \\ & -3 \cdot \left(\left(9 - \frac{9}{2} - 18 \right) - \left(-\frac{8}{3} - 2 + 12 \right) \right) = -3 \cdot \left(\left(\frac{18}{2} - \frac{9}{2} - \frac{36}{2} \right) - \left(-\frac{8}{3} - \frac{6}{3} + \frac{36}{3} \right) \right) = -3 \cdot \left(-\frac{27}{2} - \frac{22}{3} \right) = \\ & -3 \cdot -\frac{125}{6} = \frac{125}{2} \end{aligned}$$

- d) Erst werden die Schnittpunkte der Graphen mit folgender Gleichung bestimmt: $f(x) = g(x)$, bzw. $g(x) - f(x) = 0$.

$$g(x) - f(x) = 2x^2 - 2x + 1 - (-x^2 - 5x + 7) = -3x^2 - 3x + 6 = 0$$

$-3 \cdot (x^2 + x - 2) = 0$, also $-3 \cdot (x + 2)(x - 1) = 0$, also $x = -2$ oder $x = 1$. (Man sucht zwei Zahlen mit Produkt -2 und Summe 1).

Damit die Fläche zwischen den Nullstellen positiv ist, muss der Öffnungsfaktor (Koeffizient von x^2) von $g(x) - f(x)$ negativ sein, was hier der Fall ist.

$$\begin{aligned} \text{Die Fläche zwischen } f(x) \text{ und } g(x) \text{ ist } & \int_{-2}^1 -3 \cdot (g(x) - f(x)) \, dx = -3 \cdot \int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) \, dx = \\ & -3 \cdot \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x \right) \Big|_{-2}^1 = -3 \cdot \left(\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2 \right) - \left(\frac{1}{3} \cdot (-8) + \frac{1}{2} \cdot 4 - 2 \cdot (-2) \right) \right) = \\ & -3 \cdot \left(\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 2 \right) - \left(-\frac{8}{3} + 2 + 4 \right) \right) = -3 \cdot \left(\left(\frac{2}{6} + \frac{3}{6} - \frac{12}{6} \right) - \left(-\frac{8}{3} + \frac{6}{3} + \frac{12}{3} \right) \right) = -3 \cdot \left(-\frac{7}{6} - \frac{10}{3} \right) = \\ & -3 \cdot -\frac{27}{2} = \frac{27}{2} \end{aligned}$$

✳ Lösung zu Aufgabe 21.22 ex-herzflaeche

$$2 \cdot \int_0^2 (f(x) - g(x)) \, dx = 2 \cdot \int_0^2 \left(\sqrt{1 - (1-x)^2} + 3\sqrt{1 - \sqrt{\frac{x}{2}}} \right) \, dx = \pi + \frac{32}{5} \approx 4.771$$

Wobei π der Fläche der beiden Halbkreise über der x -Achse entspricht und $\frac{32}{5}$ der Fläche unter der x -Achse.

✳ Lösung zu Aufgabe 21.23 ex-vase

Man erhält folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcl} f(0) = 1 & & d = 1 \\ f(6) = 2 & & 216a + 36b + 6c + d = 2 \\ f'(0) = 1 & & c = 1 \\ f'(6) = 1 & & 108a + 12b + c = 1. \end{array}$$