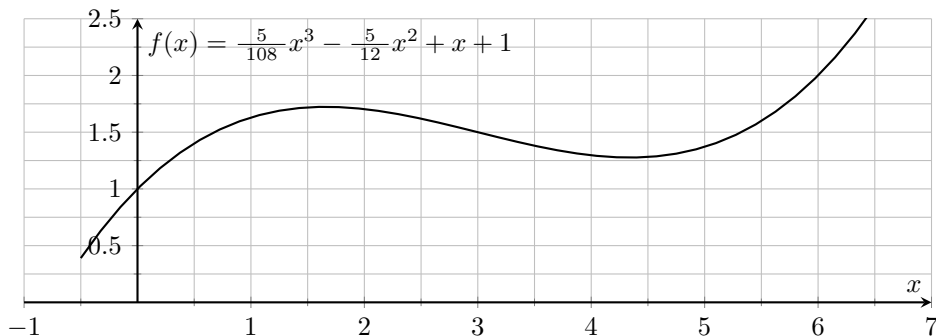


Daraus folgt $a = \frac{5}{108}$, $b = -\frac{5}{12}$, $c = 1$ und $d = 1$ und damit

$$f(x) = \frac{5}{108}x^3 - \frac{5}{12}x^2 + x + 1.$$

Hinweis: Definieren $f(x)$ im TR für die weiteren Berechnungen.



Das Volumen erhält man mit folgendem Integral:

$$\int_0^6 \pi(f(x))^2 dx = \int_0^6 \pi \left(\frac{5}{108}x^3 - \frac{5}{12}x^2 + x + 1 \right)^2 dx = \pi \cdot \frac{96}{7} \approx 43.08$$

Plausibilitäts-Check: Ein Zylinder mit Radius 1.5 und Höhe 6 hat ein Volumen von $\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 6 \approx 42.41$.

Die Oberfläche erhält man mit folgendem Integral:

$$\int_0^6 2\pi f(x) \cdot \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx = 2\pi \int_0^6 \left(\frac{5}{108}x^3 - \frac{5}{12}x^2 + x + 1 \right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{5}{36}x^2 - \frac{5}{6}x + 1 \right)^2} dx \approx 60.79$$

Plausibilitäts-Check: Ein Zylinder mit Radius 1.5 und Höhe 6 hat eine Mantelfläche von $2\pi \cdot \frac{3}{2} \cdot 6 = 18\pi \approx 56.54$.

✂ Lösung zu Aufgabe 21.24 ex-repe-stammfunktionen-bestimmen

- a) $\int x \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx = \ln(x) - x^{-1} + C = \ln(x) - \frac{1}{x} + C$
- b) $\int (2x \cdot \sin(x) + x^2 \cdot \cos(x)) dx = x^2 \cdot \sin(x) + C$ (Hat die Form $f'g + fg'$).
- c) $\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} + C$
- d) $\int (1+x)^2 dx = \int (1+2x+x^2) dx = x + x^2 + \frac{1}{3}x^3 + C$

✂ Lösung zu Aufgabe 21.25 ex-repe-bestimmte-integrale

- a) $\int_{-2}^3 \left(-\frac{1}{3}x^2 + 3x - \frac{1}{2} \right) dx = \left(-\frac{1}{9}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x \right) \Big|_{-2}^3 = \left(-3 + \frac{27}{2} - \frac{3}{2} \right) - \left(\frac{8}{9} + 6 + 1 \right) = 9 - \frac{71}{9} = \frac{10}{9}$
- b) $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} \sin(x) - \frac{1}{3} \cos(x) \right) dx = \left(-\frac{1}{2} \cos(x) - \frac{1}{3} \sin(x) \right) \Big|_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} = \left(0 - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} - 0 \right) = -\frac{5}{6}$
- c) $\int_{-\ln(3)}^{\ln(5)} \sqrt{2} \cdot e^x dx = \sqrt{2} \cdot (e^x) \Big|_{-\ln(3)}^{\ln(5)} = \sqrt{2} \cdot \left(e^{\ln(5)} - e^{-\ln(3)} \right) = \sqrt{2} \cdot \left(5 - (e^{\ln(3)})^{-1} \right) = \sqrt{2} \cdot \left(5 - \frac{1}{3} \right) = \frac{14}{3} \sqrt{2}$
- d) $\int_1^{e^4} \frac{4}{x} dx = 4 \cdot \int_1^{e^4} \frac{1}{x} dx = 4 \ln(x) \Big|_1^{e^4} = 4 \cdot (4 - 0) = 16$