I. Blöchliger, O. Schnürer

a) Fertigen Sie folgende Skizze an: Einheit 4 Häuschen, zwei Strecken s_f von $A = (-2, 1)$ zu $B = (0, -1)$ und s_g von $B = (0, -1)$ zu $C = (2, 1)$. Auf diesen Strecken tragen Sie je 9 Punkte mit gleichem Abstand ein, jeweils auf Häuschenschnittpunkten. Verbinden Sie dann $(-2, 1)$ mit $(0, -1)$, $(-1.75, 0.75)$ mit $(0.25, -0.75)$, $(-1.5, 0.5)$ mit $(0.5, -0.5)$ usw. um das Fadenbild zu erhalten. Diese Geraden werden im folgenden «Fadengeraden» genannt.

b) Sei t ein Parameter in $[0, 1]$. Damit sollen die Koordinaten der Punkte auf der Strecke s_f beschrieben werden. Bestimmen Sie dazu zwei Funktionen $f_x(t)$ und $f_y(t)$, die die Koordinaten von Punkten auf s_f liefern, und zwar so, dass man für $t = 0$ den Punkt $A = (f_x(0), f_y(0))$ und für $t = 1$ den Punkt $B = (f_x(1), f_y(1))$ erhält. *Hinweis: Skizzieren Sie dazu erst die Graphen der Funktionen $f_x(t)$ und $f_y(t)$.*

c) Bestimmen Sie analog dazu für die Strecke s_g zwei Funktionen $g_x(t)$ und $g_y(t)$, so dass $B = (g_x(0), g_y(0))$ und $C = (g_x(1), g_y(1))$.

d) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $\ell(x)$ der zweiten eingezeichneten «Fadengeraden» von $(-1.75, 0.75)$ zu $(0.25, -0.75)$. Welchem Wert von t entspricht diese Gerade?

e) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden durch die allgemeinen Punkte $P = (p_x, p_y)$ und $Q = (q_x, q_y)$.

f) Für ein allgemeines t, bestimmen Sie die Funktionsgleichung $k_t(x)$ für die «Fadengerade», die dem Parameter t entspricht (d.h. die Funktionsgleichung jener Geraden, die durch die Punkte $(f_x(t), f_y(t))$ und $(g_x(t), g_y(t))$ geht. Bringen Sie die Funktion auf die Form «x mal Polynom in t plus faktorisiertes Polynom in t».

g) Ein Punkt (x_p, y_p) auf der Hüllkurve (mit $y_p = h(x_p)$) liegt auf jener «Fadengeraden» $k_t(x)$, die an der Stelle x_p das grösste y_p hat. Für $x_p = 1$ bestimmen Sie jenen t-Wert, für den die Funktion $k_t(1)$ den grössten Wert liefert und bestimmen Sie diesen Wert. Damit haben Sie einen Punkt der Hüllkurve bestimmt.

h) Für einen allgemeinen Wert x_p bestimmen Sie jenen t-Wert, für den $k_t(x_p)$ maximal ist. Bestimmen Sie so den zugehörigen Wert y_p. Damit ist h bestimmt mit $h(x_p) = y_p$.

i) Wie interpretieren Sie die Funktion h für x-Werte ausserhalb von $[-2, 2]$? Macht das geometrisch Sinn?

Aufgabe 20.12 «Hier könnte Ihre Aufgabe stehen.»

Entwerfen Sie eine eigene Extremalaufgabe und schicken Sie mir diese mit Lösung (handgeschrieben reicht).