1.4.3 Hoch Null

Wie soll a^0 definiert werden (für $a \in \mathbb{N}^+$)? Die obigen Potenzgesetze sollen auch weiterhin gültig bleiben (Permanenzprinzip).

Aufgabe 1.6 Bestimmen Sie mit Hilfe des ersten Potenzgesetz oben, wie a^0 zu definieren ist.

Hinweis: 0^0 ist nicht eindeutig definierbar. In mehreren Fällen macht es aber aus praktischen und ästhetischen Gründen Sinn, $0^0 = 1$ zu definieren.

1.4.4 Potenzen zum Auswendig lernen

n^2 bis $n = 20$, n^3 bis $n = 5$, 3^e bis $e = 5$ und 2^e bis $e = 10$.

Aufgabe 1.7 Erstellen Sie eine Tabelle mit allen auswendig zu lernenden Potenzen.

1.5 Division und $\mathbb{Q}$

Die Division $z : n$ mit $z, n \in \mathbb{N}$ und $n > 0$ kann auf dem Zahlenstrahl sehr einfach definiert werden: Man teilt die Strecke von 0 bis z in n gleich grosse Strecken. Der erste Teilpunkt rechts von 0 entspricht dem **Quotienten** (Resultat der Division).
Ausser wenn n ein Teiler von z ist, ist der Quotient keine natürliche Zahl, sondern eine **rationale Zahl** (Bruchzahl).

Definition 1.5 Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$

Die Menge der **rationalen Zahlen** ist definiert als

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{z}{n} \mid z \in \mathbb{Z} \text{ und } n \in \mathbb{N} \text{ mit } n > 0 \right\}$$

In einem Bruch $\frac{z}{n}$ wird z der **Zähler** und n der **Nenner** genannt.

Für die Addition und Subtraktion kann die geometrische Definition auf dem Zahlenstrahl sehr einfach auf $\mathbb{Q}$ ausgedehnt werden. Algebraisch müssen Brüche aber erst gleichnamig (gleiche Nenner) gemacht werden, bevor addiert werden kann.
Die Definition der Multiplikation in $\mathbb{Q}$ lässt sich nicht ohne weiteres aus jener in $\mathbb{N}$ übertragen. Man zeigt erst in $\mathbb{N}$ dass $a \cdot (b : c) = (a \cdot b) : c$ und fordert mit dem Permanenzprinzip die Gültigkeit in $\mathbb{Q}$.

Merke Multiplikation in $\mathbb{Q}$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

«Bruch mal Bruch, wie macht's der Kenner? Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner».
Und unbedingt **vor dem Multiplizieren** auch übers Kreuz **kürzen**!

Aufgabe 1.8 Berechnen Sie:

a) $\frac{24}{35} \cdot \frac{63}{16}$ b) $\frac{14}{27} \cdot \frac{63}{49}$ c) $\frac{48}{121} \cdot \frac{77}{32}$ d) $\frac{169}{39} \cdot \frac{28}{91} \cdot \frac{27}{6}$