1.9 Lösungen

Hinweise zu den Symbolen:

Diese Aufgaben könnten (mit kleinen Anpassungen) an einer Prüfung vorkommen. Für die Prüfungsvorbereitung gilt: "If you want to nail it, you'll need it".

Diese Aufgaben sind wichtig, um das Verständnis des Prüfungsstoffs zu vertiefen. Die Aufgaben sind in der Form aber eher nicht geeignet für eine Prüfung (zu grosser Umfang, nötige «Tricks», zu offene Aufgabenstellung, etc.). **Teile solcher Aufgaben können aber durchaus in einer Prüfung vorkommen!**.

Diese Aufgaben sind dazu da, über den Tellerrand hinaus zu schauen und oder die Theorie in einen grösseren Kontext zu stellen.

Lösung zu Aufgabe 1.1 ex-zahlmengen-schreibweisen

Es gibt z.T. mehrere korrekte Möglichkeiten für die beschreibende Form.

a) $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots\}$
$\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist prim}\}$.

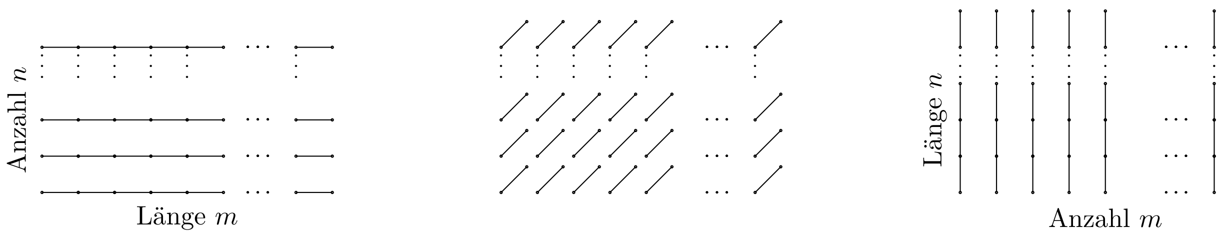
b) $\{37, 74, 111, 148, 185, \ldots, \}$
$\{37x \mid x \in \mathbb{N}\}$, oder
$\{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ ist durch } 37 \text{ teilbar}\}$, oder
$\{n \in \mathbb{N} \mid n = 37k, k \in \mathbb{N}\}$.

c) $\{0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000\}$
$\{a^3 \mid a^3 < 1111 \text{ und } a \in \mathbb{N}\}$, oder
$\{b \in N \mid b < 1111 \text{ und } b = c^3 \text{ mit } c \in \mathbb{N}\}$.

d) $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, \ldots\}$
$\{2^z \mid z \in \mathbb{N}\}$, oder
$\{y \in \mathbb{N} \mid y = 2^x \text{ mit } x \in \mathbb{N}\}$.

Lösung zu Aufgabe 1.2 ex-kommutativ-multiplikation

a) Bleibt man bei der Definition vom Abtragen von Strecken kann die Kommutativität mit folgendem Bild «bewiesen» werden, wo man sich vorstellt, wie die Strecken der Länge 1 im Gegenuhrzeigersinn gedreht werden:



Man könnte aber auch einfach a mal b Punkte auf einem Gitter als Rechteck anordnen und so einsehen, dass man auf das gleiche Resultat kommt, ob man a mal b Punkte zusammen zählt oder b mal a Punkte zusammen zählt.

b) Betrachtet man Punkte auf einem 3-dimensionales Gitter, die einen Quader mit Seitenlängen (gemessen in Anzahl Punkten) a, b und c bilden, leuchtet auch das Assoziativgesetz ein.

Lösung zu Aufgabe 1.3 ex-kommutativ-aber-nicht-assoziativ

Die Kommutativität ergibt sich direkt aus den Spielregeln, es spielt keine Rolle ob man $x*y$ oder $y*x$ betrachtet, das Resultat (der Sieger) ist dasselbe.

Für die Assoziativität betrachtet man z.B.
$(r * p) * s = p * s = s$ (d.h. der Sieger von r gegen p spielt gegen s) und
$r * (p * s) = r * s = r$ (d.h. r spielt gegen den Sieger von p gegen s)
was nicht das gleiche ergibt. Also ist die Operation nicht assoziativ.