Aufgabe 3.11 Auf dem Computer werden Datenspeicher- und Dateigrössen praktisch immer mit binären Prefixen angezeigt (ohne aber die Prefixe Ki, Mi, Gi, Ti, etc. zu verwenden).

a) Festplatten- und Speichermedienhersteller verwenden praktisch immer die dezimalen Prefixe (also mit Basis 10). Warum wohl?

b) Wie viele Bytes gross ist eine Datei, für deren Grösse genau 1GB (1GiB) angezeigt wird? Geben Sie das Resultat in Exponentialschreibweise mit einer Genauigkeit von 4 Stellen an.

c) Wie gross wird dann die Kapazität einer 2TB (2 Terabytes) grossen Festplatte angezeigt? *Man vernachlässige Kapazitätsverluste, die durch Verwaltungsinformation entstehen.*

3.3 Weitere Aufgaben

Aufgabe 3.12 Vereinfachen Sie und schreiben Sie das Resultat als Produkt von Potenzen, ohne Bruchstriche und Divisionen:

a) $\dfrac{1}{4}$ b) $\dfrac{a^2}{a^{-1}b^3}$ c) $\dfrac{1}{a+b}\cdot\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$ d) $\dfrac{\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{2\cdot b}\cdot b^a}{a\cdot(a^b\cdot b^{-a})^b}}{a^{-b^2}\cdot b^{a\cdot b}\cdot a^{-2\cdot b}}$

Aufgabe 3.13 Vereinfachen Sie und schreiben Sie das Resultat ohne negative Exponenten mit höchstens einem Bruchstrich (und ohne Divisionszeichen):

a) x^{-1} b) $4^{-7}\cdot 2^{13}$ c) $\left(\dfrac{x^{-2}}{y^{-3}}\right)^{-2}\cdot\left(\dfrac{y^{-2}}{x^{-3}}\right)^{-3}$ d) $\dfrac{\frac{12^{-7}}{35^{-8}}}{\frac{30^{-5}}{28^{-6}}}\cdot\left(\dfrac{7}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\dfrac{5}{4}\right)^{-12}$

Aufgabe 3.14 Beweisen Sie, dass $\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$.
Hinweis: Anstatt gerade/ungerade, untersuchen Sie die Teilbarkeit durch 3.

Aufgabe 3.15 Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche sind falsch? Begründen Sie. Für falsche Aussagen, finden Sie eine kleine Korrektur, um daraus eine wahre Aussage zu machen.

a) Die Differenz zweier Zahlen in $\mathbb{N}$ ist auf jeden Fall wieder in $\mathbb{N}$.

b) Das Produkt zweier Zahlen in $\mathbb{Z}$ ist auf jeden Fall wieder in $\mathbb{Z}$.

c) Der Quotient zweier Zahlen in $\mathbb{Q}$ ist auf jeden Fall wieder in $\mathbb{Q}$.

d) Es gibt irrationale Zahlen (d.h. Zahlen in $\mathbb{R}$, die nicht in $\mathbb{Q}$ sind), deren Produkt in $\mathbb{N}$ ist.

e) Die Summe einer irrationalen Zahl (in $\mathbb{R}$, aber nicht in $\mathbb{Q}$) und einer rationalen Zahl (in $\mathbb{Q}$) ist immer irrational.

f) Abbrechende Dezimalbrüche sind immer rational.

g) Jede rationale Zahl kann als Quotient zweier natürlichen Zahlen geschrieben werden.

h) Jede irrationale Zahl kann beliebig genau durch eine natürliche Zahl angenähert werden.

Aufgabe 3.16 Man stelle sich ein unendliches grosses, karriertes Papier vor. Zeigen Sie, dass man sämtliche Häuschen mit den natürlichen Zahlen 0, 1, 2, etc. durchnummerieren kann.