



✂ Lösung zu Aufgabe 4.23 ex-winkelsaetze-geraden1

a)

$\sphericalangle DAB = 88^\circ$  (Ergänzungswinkel an Parallelen).

$\triangle ACD$  ist gleichschenkelig damit ist  $\sphericalangle DAC = \sphericalangle ACD = (180^\circ - \sphericalangle CDA)/2 = (180^\circ - 92^\circ)/2 = 44^\circ$ .

Damit ist  $\sphericalangle CAB = \sphericalangle DAB - \sphericalangle DAC = 88^\circ - 44^\circ = 44^\circ$ .

$\delta ABC$  ist gleichschenkelig und damit  $\alpha = (180^\circ - \sphericalangle CAB)/2 = (180^\circ - 44^\circ)/2 = 136^\circ/2 = 68^\circ$ .

Antwort:  $\alpha = 68^\circ$ .

b)

$\delta = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$  (Ergänzungswinkel).

$\gamma = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$  (Ergänzungswinkel).

$\alpha = 180^\circ - \frac{1}{2}\delta - \frac{1}{2}\gamma = 180^\circ - 49^\circ - 70^\circ = 61^\circ$ . (Winkelsumme im  $\triangle$ ).

Antwort:  $\alpha = 61^\circ$ .

c)

$\sphericalangle BDC = 42^\circ$  (Stufenwinkel).

$\sphericalangle ADB = 180^\circ - 2 \cdot 42^\circ = 96^\circ$  (gleichschenkeliges  $\triangle ABD$  mit Basis  $[AB]$ ).

$\sphericalangle ADC = \sphericalangle ADB + \sphericalangle BDC = 96^\circ + 42^\circ = 138^\circ$ .

$\sphericalangle ACD = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - \sphericalangle ADC) = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 138^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 42^\circ = 21^\circ$ . (gleichschenkeliges  $\triangle ACD$  mit Basis  $[AC]$ ).

$\sphericalangle DFC = 180^\circ - \sphericalangle FDC - \sphericalangle FCD = 180^\circ - 42^\circ - 21^\circ = 117^\circ$  (Winkelsumme im  $\triangle DFC$ ).

$\alpha = 180^\circ - \sphericalangle DFC = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$

Antwort:  $\alpha = 63^\circ$ .

Alternative:  $\alpha = \sphericalangle ABD + \sphericalangle DCF$ . Man denke sich eine dritte Parallele durch  $F$  und  $\alpha$  als Summe zweier Stufenwinkel.

✂ Lösung zu Aufgabe 4.24 ex-winkelsaetze-geraden2

Seien  $g, h$  zwei sich schneidende Geraden mit  $\sphericalangle(g, h) = \alpha$ . Sei  $\beta = 180^\circ - \alpha$  der Nebenwinkel von  $\alpha$ . Damit gilt

$$\sphericalangle(w_{gh}^1, g) = \frac{\alpha}{2} \quad \text{und} \quad \sphericalangle(w_{gh}^2, g) = \frac{\beta}{2}$$

und damit

$$\sphericalangle(w_{gh}^1, w_{gh}^2) = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$$

Es gilt  $\alpha + \beta = 180^\circ$  und damit  $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90^\circ$ , was zu beweisen war.

✂ Lösung zu Aufgabe 4.25 ex-winkelsaetze-geraden3

a)  $\alpha = (180^\circ - \gamma)/2 = 70^\circ$ .

b)  $180^\circ = \alpha + \beta + \gamma = \alpha + \alpha + 3\alpha = 5\alpha$  also  $\alpha = 36^\circ$ .

c)  $\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma) = 40^\circ$ .

d)  $180^\circ = \alpha + \beta + \gamma = \alpha + \alpha + \alpha = 3\alpha$  also  $\alpha = 60^\circ$ .

✂ Lösung zu Aufgabe 4.26 ex-winkelsaetze-geraden4

Sei  $I = w_\alpha \cap w_\beta$ . Es gilt:

$$\sphericalangle AIB = 180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2} \quad \text{Innenwinkelsumme im } \triangle$$

Der gesuchte Winkel  $\delta$  ist der Nebenwinkel von  $\sphericalangle AIB$ , also

$$\delta = 180^\circ - (180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}) = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}.$$

Man hätte dies auch direkt aufschreiben können, da der Aussenwinkel in einem Dreieck immer die Summe der gegenüberliegenden Innenwinkel ist.

In jedem Dreieck gilt:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} = 90^\circ \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$$

Und damit ist  $\delta = \sphericalangle(w_\alpha, w_\beta) = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$ .