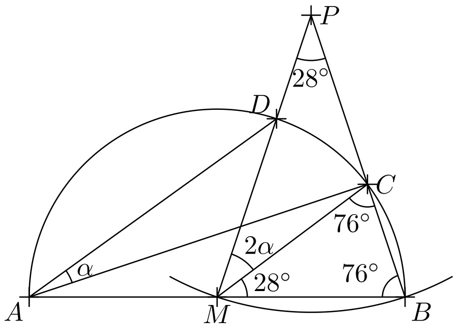

$\sphericalangle PMC = 2\alpha$ (Zentriwinkel zum Peripheriewinkel α)
$\triangle PMB$ ist gleichschenklig mit Basis $[MB]$ und Basiswinkeln $(180° - 28°)/2 = 76°$.
$\triangle MBC$ ist gleichschenklig mit Basis $[BC]$ und damit ist der Winkel an der Spitze $\sphericalangle BMC = 28°$.
Somit gilt $\sphericalangle PMB = 76° = 2\alpha + 28°$. Also $2\alpha = 76° - 28° = 48°$ und damit $\alpha = 24°$.

Lösung zu Aufgabe 4.39 ex-ortsbogen-aufgabe-beweisen2

Hinweis: Dieser Beweis geht davon aus, dass $[AB]$ innerhalb des Dreiecks $\triangle BDC$ liegt:

Die Winkel $\sphericalangle BCD$ und $\sphericalangle BDC$ sind Peripheriewinkel über $[AB]$ und damit, unabhängig von g immer gleich gross. Damit ist auch der dritte Winkel im $\triangle BDC$ immer gleich gross, was zu beweisen war.

Wenn $[AB]$ ausserhalb des Dreiecks $\triangle BDC$ liegt, ist der Peripheriewinkel das Komplement zu 180° und ein Aussenwinkel des Dreiecks, womit der Innenwinkel wieder gleich gross ist.

Lösung zu Aufgabe 4.40 ex-ortsbogen-aufgabe-beweisen3-geogebra

Annahme: $[AC]$ und $[AD]$ sind die Diagonalen (andernfalls sind C und D zu vertauschen).

Die Winkel $\sphericalangle DAC$ und $\sphericalangle ADB$ sind Peripheriewinkel über den Sehnen $[DC]$ und $[AB]$. Diese Winkel sind immer gleich gross, auch wenn die Sehne $[CD]$ auf k wandert. Diese Winkel sind Innenwinkel im $\triangle AXD$ und damit ist der Winkel $\sphericalangle AXD$ auch immer gleich gross. Damit liegen alle möglichen Punkte X auf einem Ortsbogen über $[AB]$.

Lösung zu Aufgabe 4.41 ex-ortsbogen-winkel-berechnen-formell2

Diese Lösung ist für den Fall $\beta > \gamma$.

Sei $T = t \cap a$.

$\sphericalangle BAT = \gamma$ (Sehnen-Tangenten-Winkel zum Peripheriewinkel γ).

β ist Aussenwinkel im $\triangle ABT$ und damit $\beta = \gamma + \delta$ und somit $\delta = \beta - \gamma$.

Im Falle $\gamma = \beta$ gibt es keinen Schnittpunkt (der Winkel zwischen den Geraden ist dann 0°). Wenn $\gamma > \beta$ ist $\delta = \gamma - \beta$ mit ähnlicher Herleitung.

Lösung zu Aufgabe 4.42 ex-ortsbogen-winkel-berechnen-formell3

a) Sei $X = AD \cap CE$ der Diagonalenschnittpunkt.

Es gilt: $\sphericalangle CED = \beta$ (Peripheriewinkel über $[CD]$) und $\sphericalangle AEC = 90° - \alpha$ (Innenwinkelsumme im $\triangle AXE$). Und damit:

$\varepsilon = 90° - \alpha + \beta$

Analog erhält man $\gamma = 90° - \beta + \alpha$.

Im $\triangle EDC$ ist der Winkel bei E gleich gross wie β und der Winkel bei C gleich gross wie α (Peripheriewinkel über gleichen Sehnen). Damit ist

$\delta = 180° - \alpha - \beta$.

b) Der Winkel $\sphericalangle DZC = 2\beta$ ist Zentriwinkel zum Peripheriewinkel β über der Sehne $[CD]$ im kleinen Kreis. Dieser Winkel ist aber auch Peripheriewnkel über $[CD]$ im grossen Kreis. Peripheriewinkel auf gegenüberliegenden Seiten der Kreissehne ergänzen sich zu 180° (die entsprechenden Sehnen-Tangenten-Winkel sind Nebenwinkel). Also gilt folgende Beziehung zwischen α und β:

$$2\beta = 180° - \alpha$$

Hinweis: Die obige Beziehung kann natürlich auch umgeformt und nach α oder β aufgelöst werden.

Lösung zu Aufgabe 4.43 ex-ortsbogen-aufgabe-beweisen4

Sei $X = w_\gamma \cap u$, der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden w_γ mit dem Umkreis. Zu zeigen ist also, dass $X \in m_{AB}$.

Es gilt: $\sphericalangle ACX = \sphericalangle XCB = \frac{1}{2}\gamma$. Da beide Winkel Peripheriewinkel im Umkreis sind, müssen die entsprechen-