$\sphericalangle DAB = 88^\circ$ (Ergänzungswinkel an Parallelen).
$\triangle ACD$ ist gleichschenklig damit ist $\sphericalangle DAC = \sphericalangle ACD = (180^\circ - \sphericalangle CDA)/2 = (180^\circ - 92^\circ)/2 = 44^\circ$.
Damit ist $\sphericalangle CAB = \sphericalangle DAB - \sphericalangle DAC = 88^\circ - 44^\circ = 44^\circ$.
$\delta ABC$ ist gleichschenlig und damit $\alpha = (180^\circ - \sphericalangle CAB)/2 = (180^\circ - 44^\circ)/2 = 78^\circ$.

Antwort: $\alpha = 78^\circ$.

b)

$\delta = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$ (Ergänzungswinkel).
$\gamma = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ (Ergänzungswinkel).
$\alpha = 180^\circ - \frac{1}{2}\delta - \frac{1}{2}\gamma = 180^\circ - 49^\circ - 70^\circ = 61^\circ$. (Winkelsumme im $\triangle$).

Antwort: $\alpha = 61^\circ$.

c)

$\sphericalangle BDC = 42^\circ$ (Stufenwinkel).
$\sphericalangle ADB = 180^\circ - 2 \cdot 42^\circ = 96^\circ$ (gleichschenkliges $\triangle ABD$ mit Basis $[AB]$).
$\sphericalangle ADC = \sphericalangle ADB + \sphericalangle BDC = 96^\circ + 42^\circ = 138^\circ$.
$\sphericalangle ACD = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - \sphericalangle ADC) = \frac{1}{2} \cdot (180^\circ - 138^\circ) = \frac{1}{2}42^\circ = 21^\circ$. (gleichschenkliges $\triangle ACD$ mit Basis $[AC]$).
$\sphericalangle DFC = 180^\circ - \sphericalangle FDC - \sphericalangle FCD = 180^\circ - 42^\circ - 21^\circ = 117^\circ$ (Winkelsumme im $\triangle DFC$).
$\alpha = 180^\circ - \sphericalangle DFC = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$

Antwort: $\alpha = 63^\circ$.

Alternative: $\alpha = \sphericalangle ABD + \sphericalangle DCF$. Man denke sich eine dritte Parallele durch $F$ und $\alpha$ als Summe zweier Stufenwinkel.

**Lösung zu Aufgabe 4.24** ex-winkelsaetze-geraden2
Seien $g$, $h$ zwei sich schneidende Geraden mit $\sphericalangle(g, h) = \alpha$. Sei $\beta = 180^\circ - \alpha$ der Nebenwinkel von $\alpha$. Damit gilt

$$\sphericalangle(w^1_{gh}, g) = \frac{\alpha}{2} \qquad \text{und} \qquad \sphericalangle(w^2_{gh}, g) = \frac{\beta}{2}$$

und damit

$$\sphericalangle(w^1_{gh}, w^2_{gh}) = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$$

Es gilt $\alpha + \beta = 180^\circ$ und damit $\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90^\circ$, was zu beweisen war.

**Lösung zu Aufgabe 4.25** ex-winkelsaetze-geraden3
a) $\alpha = (180^\circ - \gamma)/2 = 70^\circ$.

b) $180^\circ = \alpha + \beta + \gamma = \alpha + \alpha + 3\alpha = 5\alpha$ also $\alpha = 36^\circ$.

c) $\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma) = 40^\circ$.

d) $180^\circ = \alpha + \beta + \gamma = \alpha + \alpha + \alpha = 3\alpha$ also $\alpha = 60^\circ$.

**Lösung zu Aufgabe 4.26** ex-winkelsaetze-geraden4
Sei $I = w_\alpha \cap w_\beta$. Es gilt:

$$\sphericalangle AIB = 180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2} \quad \text{Innenwinkelsumme im } \triangle$$

Der gesuchte Winkel $\delta$ ist der Nebenwinkel von $\sphericalangle AIB$, also

$$\delta = 180^\circ - (180^\circ - \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{2}) = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}.$$

Man hätte dies auch direkt aufschreiben können, da der Aussenwinkel in einem Dreieck immer die Summe der gegenüberliegenden Innenwinkel ist.

In jedem Dreieck gilt:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} = 90^\circ \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$$

Und damit ist $\delta = \sphericalangle(w_\alpha, w_\beta) = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}$.