

Zuerst wird der Höhenfusspunkt  $H_a$  konstruiert, womit man die Lage der Seite  $a$  erhält.

1. Thaleskreis über  $[AB]$   $\rightarrow t$
2.  $t \cap k(A, h_a)$   $\rightarrow H_a$
3.  $BH_a$   $\rightarrow$  1.g.O.f. $C$
4. Ortsbogen zu  $\gamma$  über  $[AB]$   $\rightarrow$  2.g.O.f. $C$

Es gibt 1 Lösung (die an  $AB$  gespiegelte Lösung mit anderem Umlaufsinn nicht mitgezählt).

**Lösung zu Aufgabe 4.37** ex-geom-ort-kegelschnitte2

a) Der 1.g.O.f. $Z_3$  ist ein konzentrisches Kreispaar  $k_{1,1} = k(Z_1, r_1 + r_3)$  und  $k_{1,2} = k(Z_1, r_1 - r_3)$ , wobei letzterer nur existiert, wenn  $r_1 > r_3$ .

Der 2.g.O.f. $Z_3$  ist ein konzentrisches Kreispaar  $k_{2,1} = k(Z_2, r_2 + r_3)$  und  $k_{2,2} = k(Z_2, r_2 - r_3)$ , wobei letzterer nur existiert, wenn  $r_2 > r_3$ .

Die Schnittpunkte dieser beiden geometrischen Örtter ergeben die möglichen Kreiszentren. Es kann zwischen 0 und 8 Lösungen geben (jeder Kreis kann mit den anderen beiden zwischen 0 und 4 Schnittpunkte bilden).

b) Die Kreise  $k_1$  und  $k_2$  schneiden sich nicht und liegen nicht ineinander. Der kleinste Kreis liegt also genau zwischen den beiden Kreisen. Das Kreiszentrum liegt also auf  $Z_1Z_2$  und zwar genau in der Mitte zwischen den Schnittpunkten der Kreise mit  $[Z_1Z_2]$ .

c) Es gilt  $\overline{Z_3Z_1} = r_3 + r_1$  und  $\overline{Z_3Z_2} = r_3 + r_2$ . Man kennt zwar  $r_3$  nicht, aber für die Differenz gilt:  $\overline{Z_3Z_1} - \overline{Z_3Z_2} = (r_3 + r_1) - (r_3 + r_2) = r_1 - r_2$ . Damit ist die Abstandsdifferenz zu zwei Punkten konstant, die Punkte  $Z_3$  liegen also auf einem Hyperbelast mit Brennpunkten  $Z_1, Z_2$  und Abstandsdifferenz  $r_1 - r_2$ .

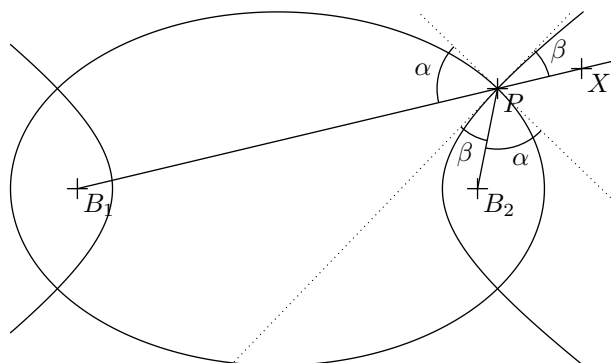
**Lösung zu Aufgabe 4.38** ex-geom-ort-kegelschnitte4

Seien  $B_1$  und  $B_2$  die gemeinsamen Brennpunkte und  $P$  ein Schnittpunkt der beiden Kurven.

Aus der Reflexionseigenschaft (Winkel  $\alpha$ ) in der Ellipse folgt, dass die Tangente an die Ellipse in  $P$  die äussere Winkelhalbierende vom  $\sphericalangle B_1PB_2$  ist.

Analog bei der Hyperbel (Winkel  $\beta$ ) folgt, dass die Tangente an die Hyperpel in  $P$  die äussere Winkelhalbierende vom  $\sphericalangle B_2PX$  ist.

Da die Geraden  $B_1P$  und  $PX$  identisch sind, bilden die Tangenten das Winkelhalbierendenpaar zu den Geraden  $B_1P$  und  $B_2P$  und stehen somit senkrecht aufeinander, was zu beweisen war.



**Lösung zu Aufgabe 4.39** ex-thaleskreis-reflexion-an-kreis