Im Falle $\gamma = \beta$ gibt es keinen Schnittpunkt (der Winkel zwischen den Geraden ist dann $0°$). Wenn $\gamma > \beta$ ist $\delta = \gamma - \beta$ mit ähnlicher Herleitung.

Lösung zu Aufgabe 4.48 ex-ortsbogen-winkel-berechnen-formell3

a) Sei $X = AD \cap CE$ der Diagonalenschnittpunkt.

Es gilt: $\sphericalangle CED = \beta$ (Peripheriewinkel über $[CD]$) und $\sphericalangle AEC = 90° - \alpha$ (Innenwinkelsumme im $\triangle AXE$). Und damit:

$\varepsilon = 90° - \alpha + \beta$

Analog erhält man $\gamma = 90° - \beta + \alpha$.

Im $\triangle EDC$ ist der Winkel bei E gleich gross wie β und der Winkel bei C gleich gross wie α (Periepheriewinkel über gleichen Sehnen). Damit ist

$\delta = 180° - \alpha - \beta$.

b) Der Winkel $\sphericalangle DZC = 2\beta$ ist Zentriwinkel zum Peripheriewinkel β über der Sehne $[CD]$ im kleinen Kreis. Dieser Winkel ist aber auch Peripheriewnkel über $[CD]$ im grossen Kreis. Peripheriewinkel auf gegenüberliegenden Seiten der Kreissehne ergänzen sich zu $180°$ (die entsprechenden Sehnen-Tangenten-Winkel sind Nebenwinkel). Also gilt folgende Beziehung zwischen α und β:

$$2\beta = 180° - \alpha$$

Hinweis: Die obige Beziehung kann natürlich auch umgeformt und nach α oder β aufgelöst werden.

Lösung zu Aufgabe 4.49 ex-ortsbogen-aufgabe-beweisen4

Sei $X = w_\gamma \cap u$, der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden w_γ mit dem Umkreis. Zu zeigen ist also, dass $X \in m_{AB}$.

Es gilt: $\sphericalangle ACX = \sphericalangle XCB = \frac{1}{2}\gamma$. Da beide Winkel Peripheriewinkel im Umkreis sind, müssen die entsprechenden Sehnen $[AX]$ und $[BX]$ gleich lang sein, d.h. $X \in m_{AB}$, was zu beweisen war.